Universität Potsdam – Wintersemester 2024/25

Stoffdidaktik Mathematik

Kapitel 12 – Didaktik der Stochastik

Stoffdidaktik Mathematik

Kapitel 12 – Didaktik der Stochastik

- Sie wissen um die Bedeutung des Modellierens bei stochastischen Situationen.
- Sie kennen verschiedene Möglichkeiten, stochastische Begriffe oder Verfahren zu visualisieren, insbesondere zu allgemeinen stochastischen Vorgängen (z. B. Zufallsexperimente), zur Kombinatorik und zu bedingten Wahrscheinlichkeiten.

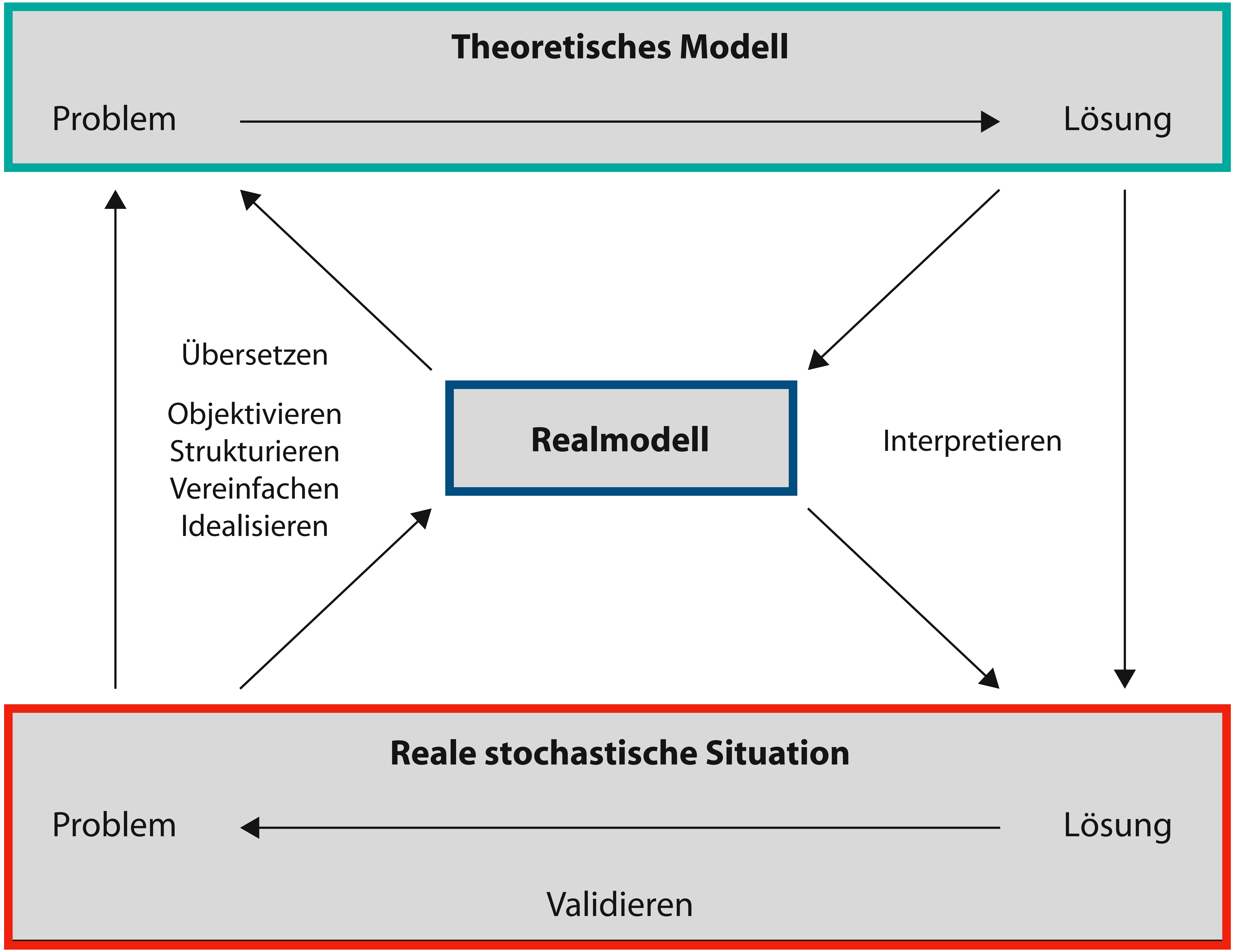
Stochastik

(Krüger et al., 2015)

1. Bedeutung und Besonderheiten des Stochastikunterrichts
2. Konzeptionelle Grundlagen
3. Stochastikunterricht in den Jahrgangsstufen 5 und 6
4. Stochastikunterricht in den Jahrgangsstufen 7 und 8
5. Stochastikunterricht in den Jahrgangsstufen 9 und 10
6. Aspekte grundlegender Begriffe, Methoden und Betrachtungsweisen

Warum ist Stochastik so »merkwürdig«?

Stochastik heißt Modellieren!



(Krüger et al., 2015, S. 13)

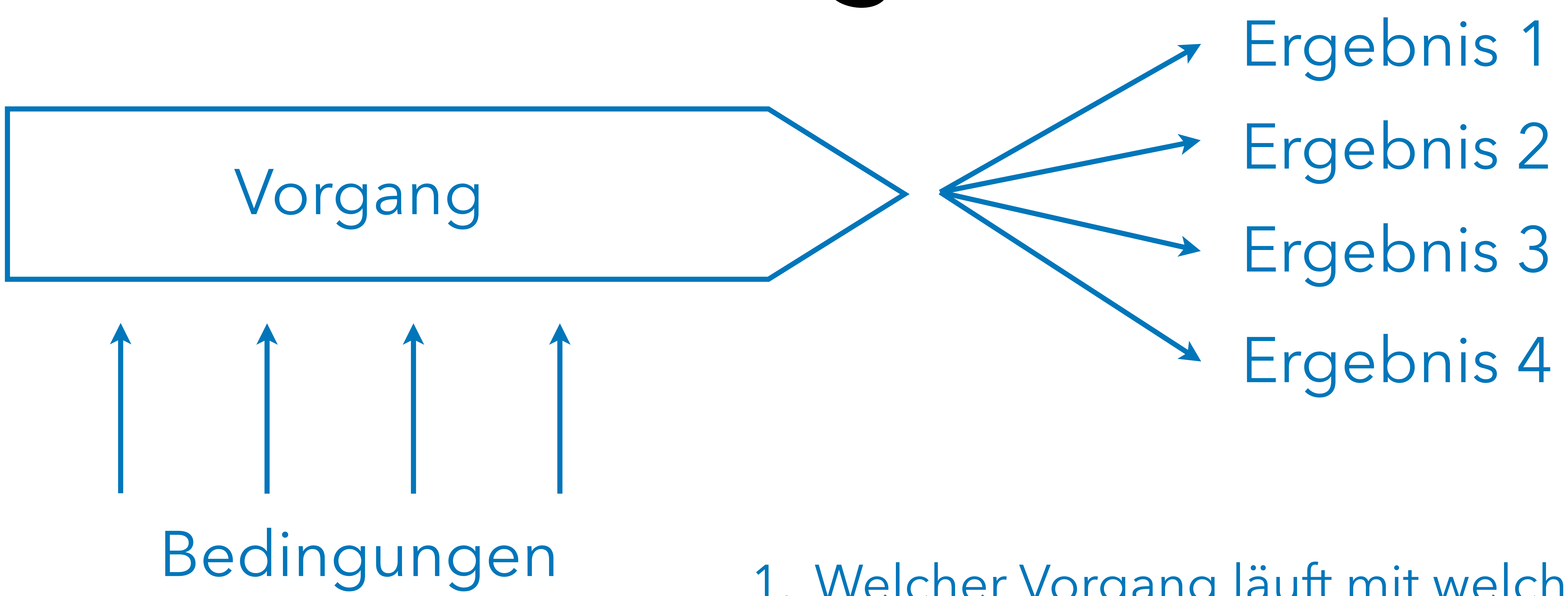
Laplace-Versuch, $p = \frac{1}{6}$

Welche Eigenschaften muss der Würfel haben, damit du so rechnen darfst?

sechs gleich große Seiten;
vollkommen symmetrisch;
Masse homogen verteilt

Welche Annahmen triffst du?

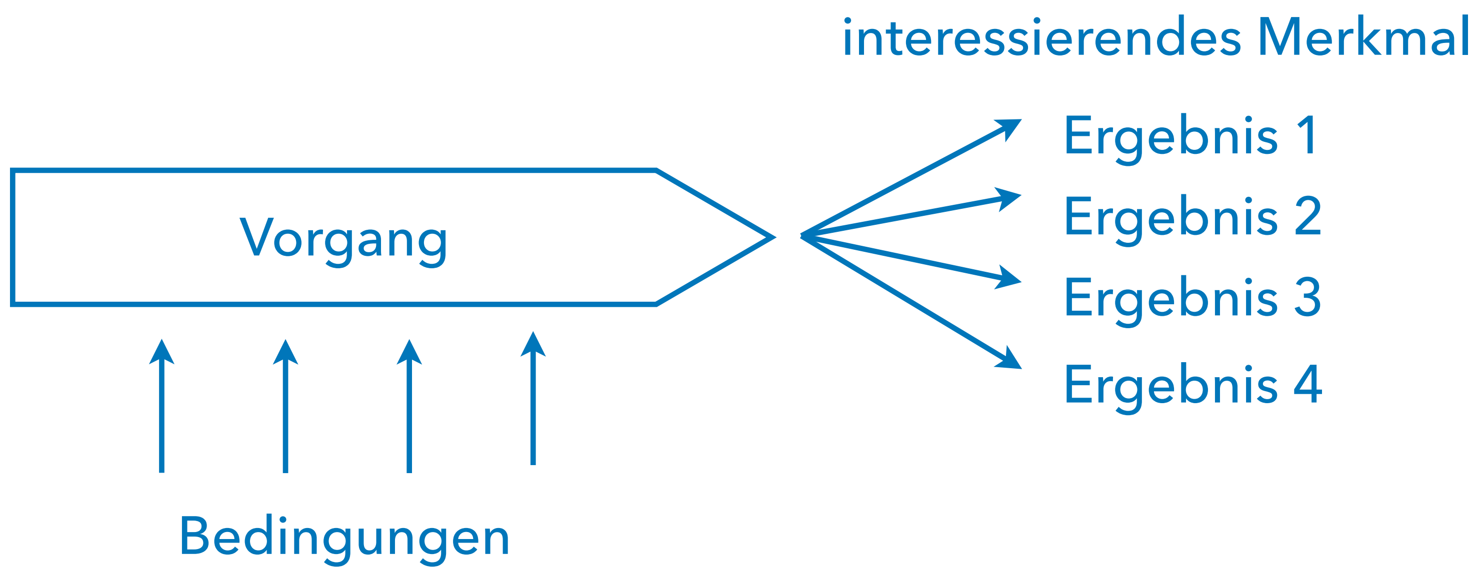
Prozessbetrachtung



1. Welcher Vorgang läuft mit welchen Objekten oder Personen ab?
2. Welches Merkmal interessiert mich? Wie kann ich das Merkmal erfassen?
3. Welche Ergebnisse sind möglich?
4. Welche Bedingungen beeinflussen den Vorgang?

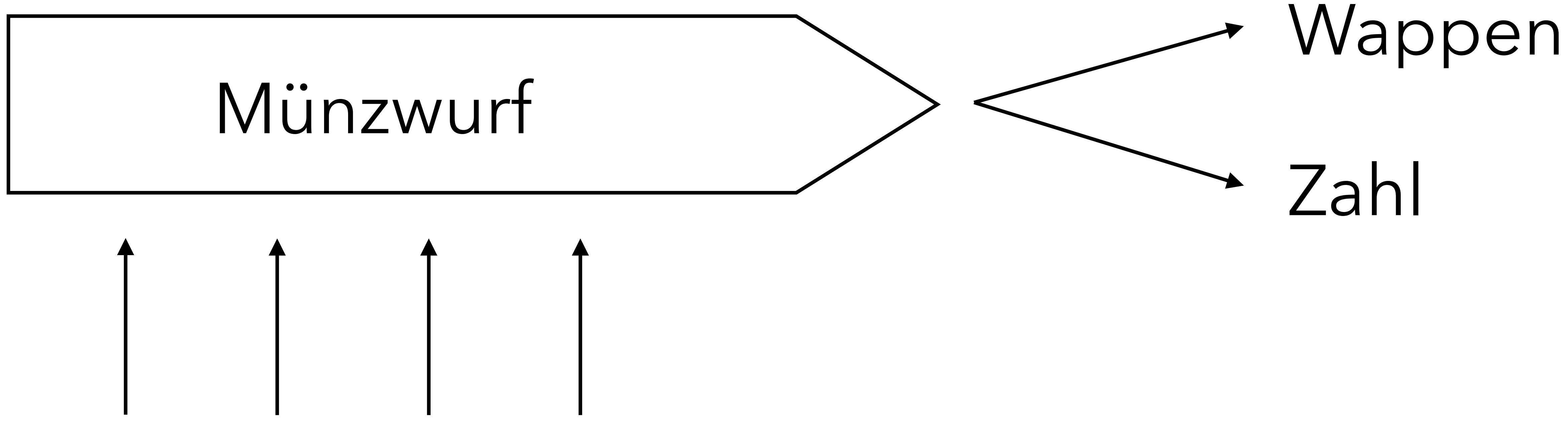
(Krüger et al., 2015, S. 14 ff.)

Prozessbetrachtung



Auf welche Seite fällt sie?

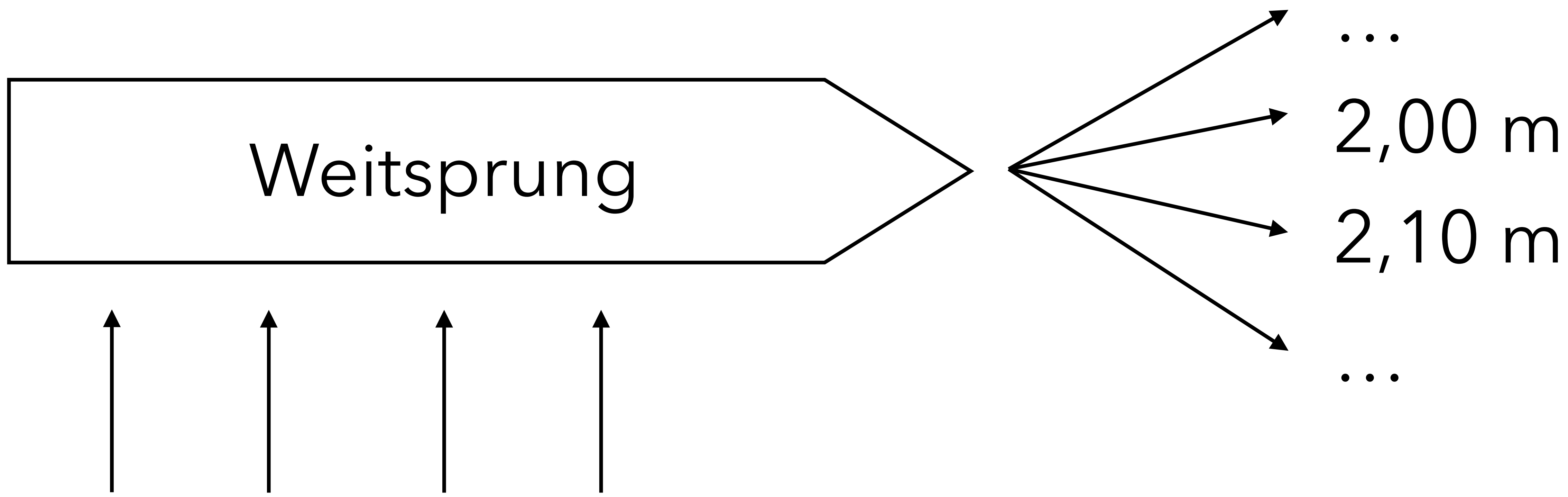
Es wird geguckt, welche Seite oben liegt.



Münze bleibt nicht auf Rand stehen;
beide Seiten sind gleich schwer

gesprungene Weite

Messung mit Maßband vom
Absprungstelle bis Landung



Beinkraft, Beinlänge, Absprung-
stelle, Trainingserfahrung, Wind, …

1. Welcher Vorgang läuft mit welchen Objekten oder Personen ab?
2. Welches Merkmal interessiert mich? Wie kann ich das Merkmal erfassen?
3. Welche Ergebnisse sind möglich?
4. Welche Bedingungen beeinflussen den Vorgang?

(Krüger et al., 2015, S. 14 ff.)

Kombinatorik

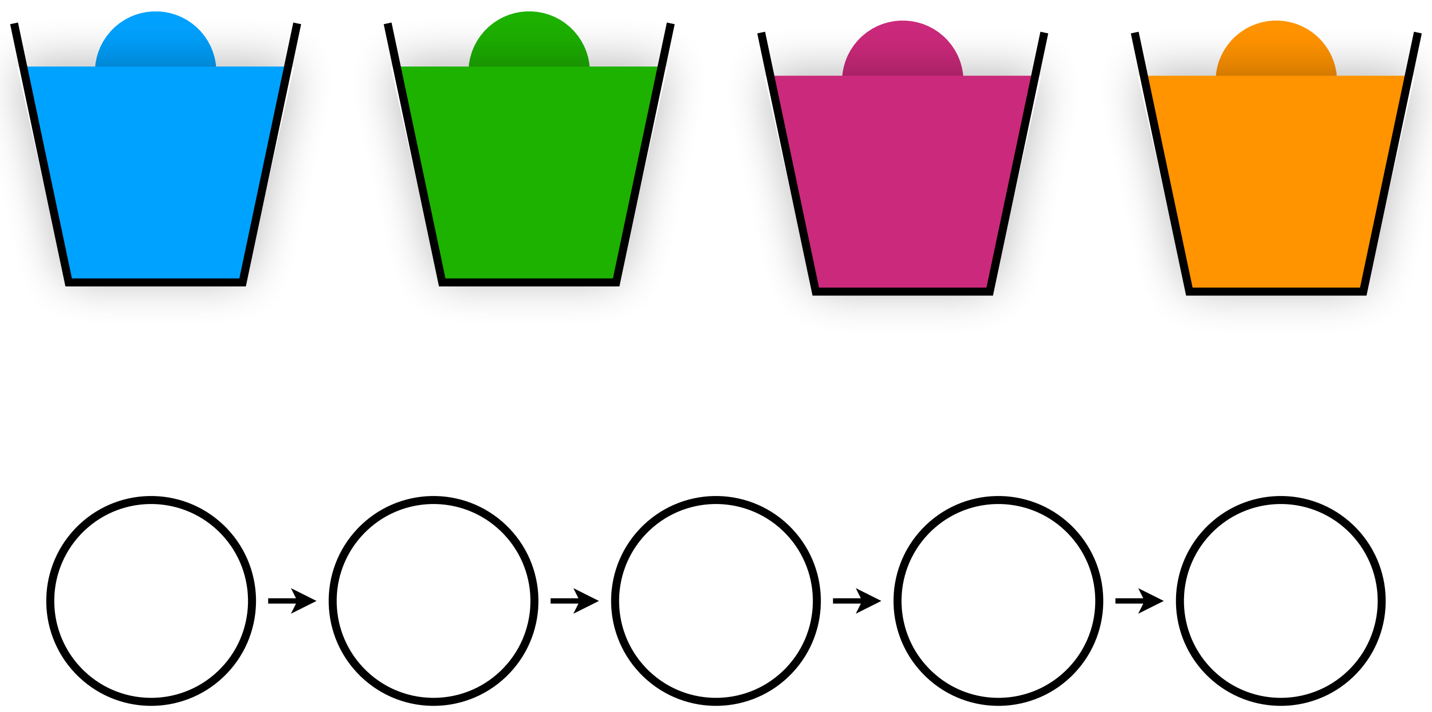
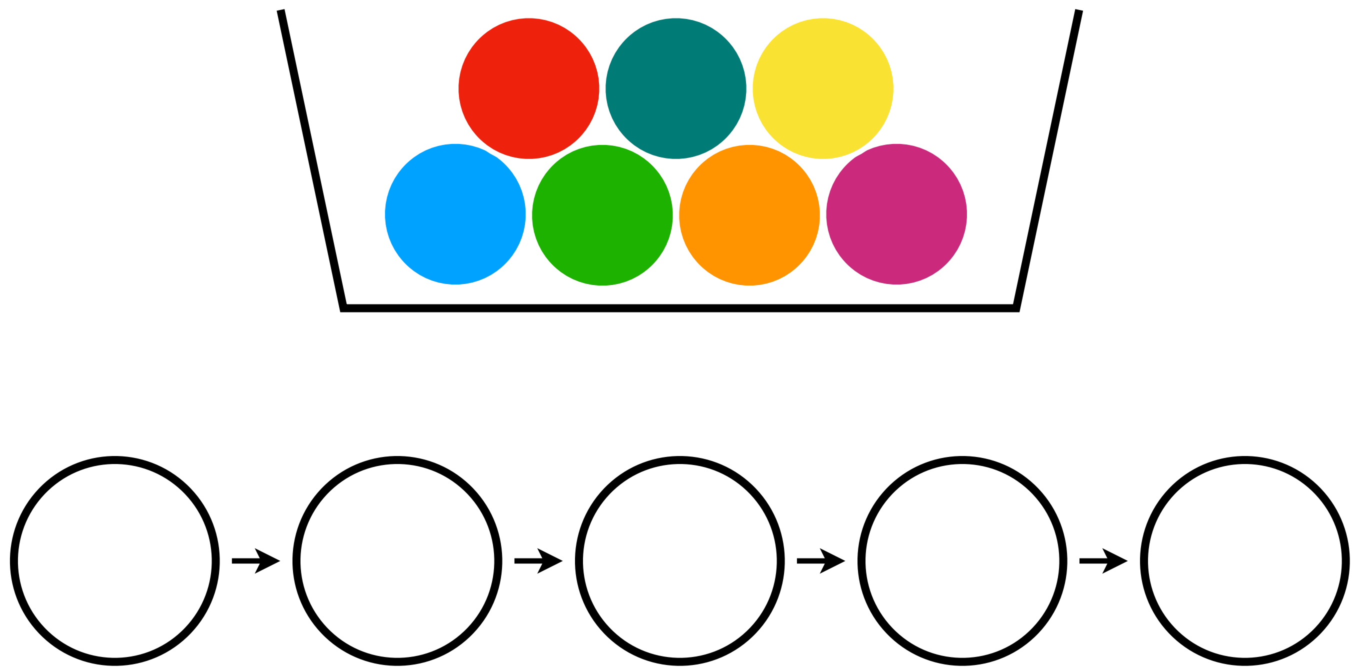
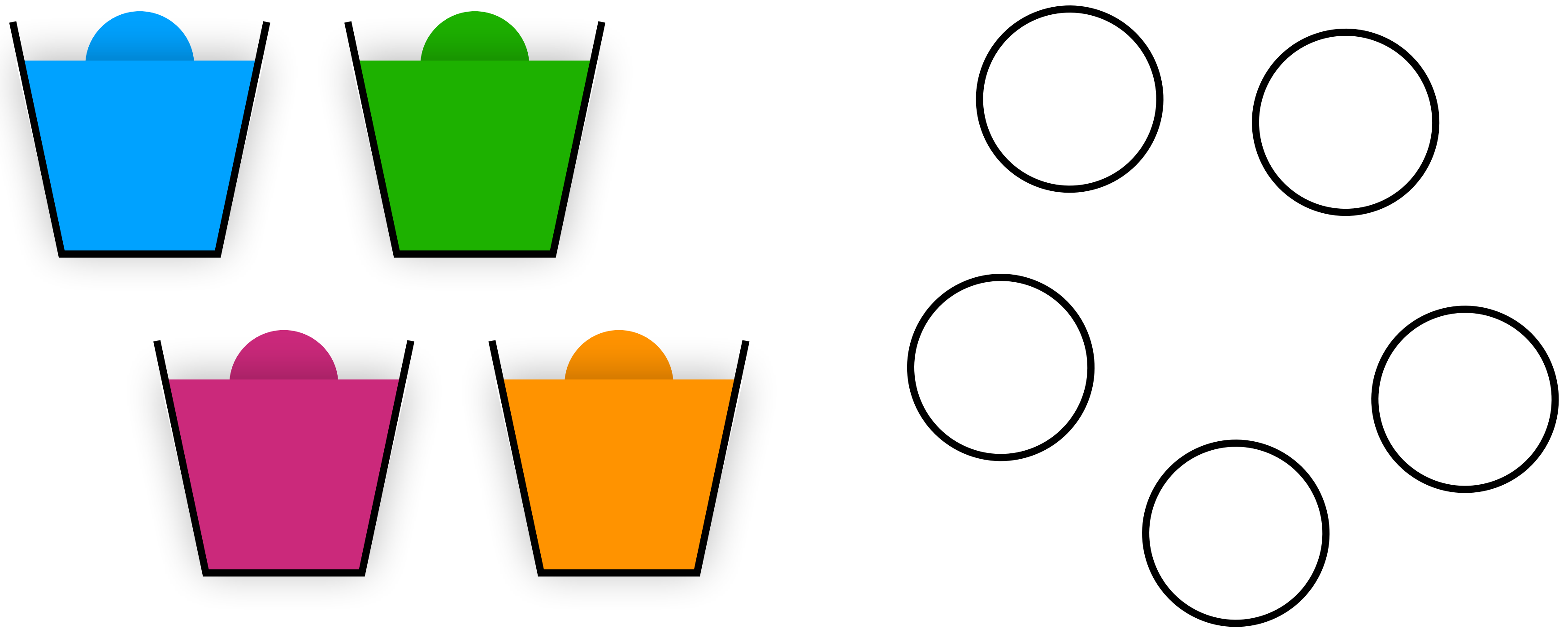
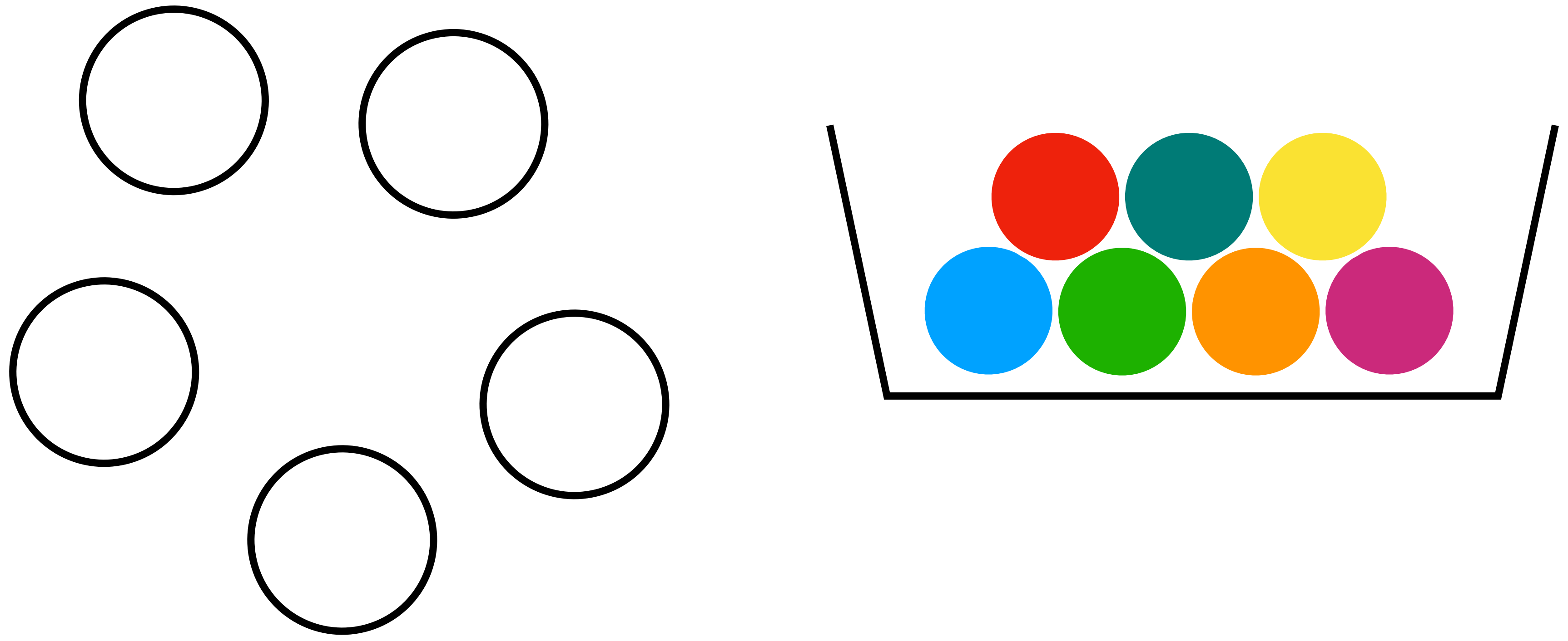
	n Optionen **mit Wiederholen/Zurücklegen**	n Optionen **ohne Wiederholen/Zurücklegen**
Auswahl von k Elementen **mit Beachtung der Reihenfolge** (»Variation«)	n^k	$\frac{n!}{(n-k)!}$
Auswahl von k Elementem **ohne Beachtung der Reihenfolge** (»Kombination«)	$\frac{(n+k-1)!}{k!(n-1)!}$	$\frac{n!}{k!(n-k)!}$

Herausforderungen

- Gültigkeit der Gleichungen nachvollziehen
- Sachsituation korrekter Zelle zuordnen
- n und k identifizieren

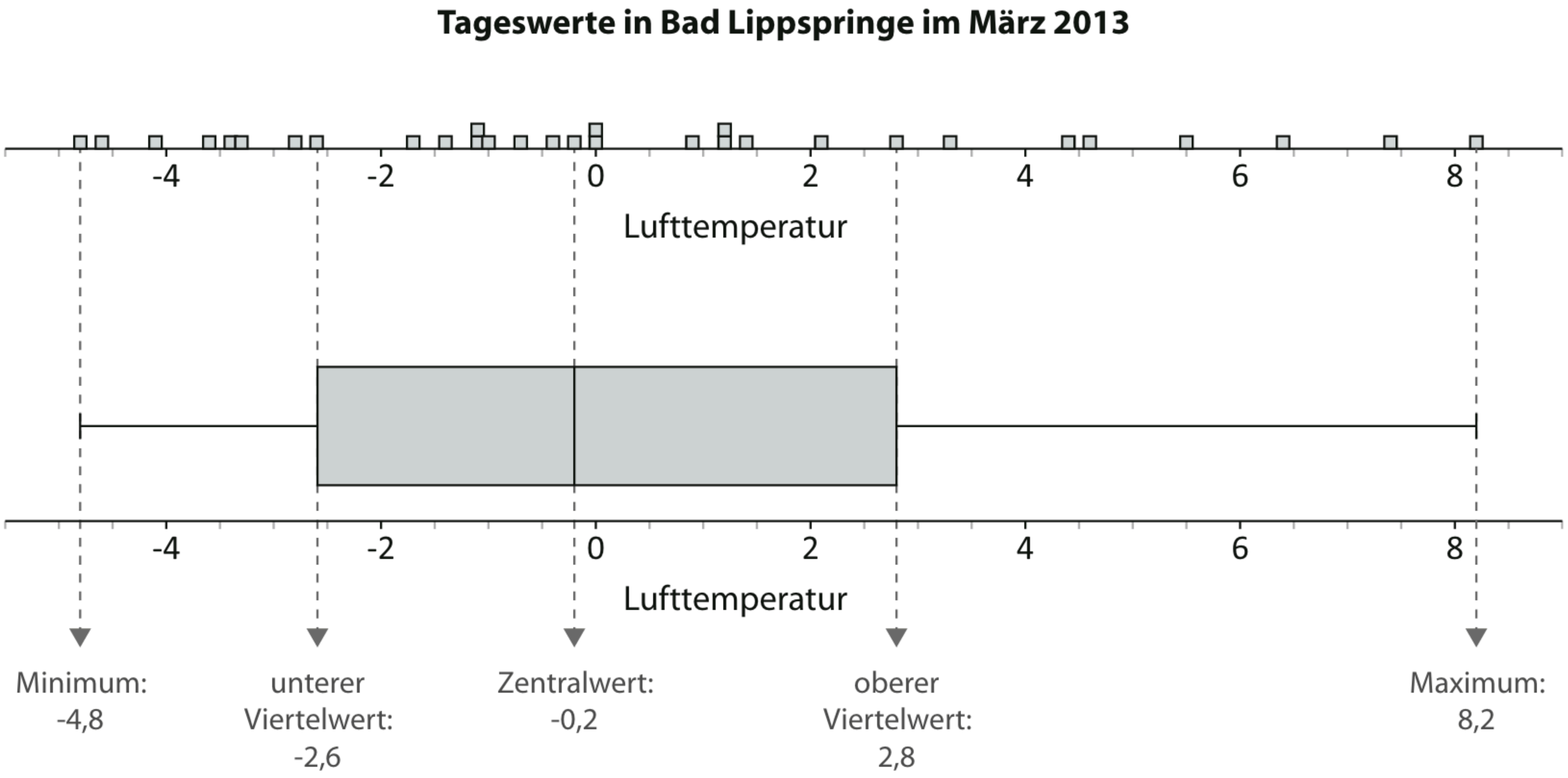
anschauliche Orientierungshilfe bieten

Wie viele Möglichkeiten gibt es, …
… einen Obstsalat aus 5 Früchten zu machen, wenn ich 4 Obstsorten zur Verfügung habe?
… in einem Bücherregal 5 Bücher anzuordnen, wenn ich insgesamt 20 Bücher zur Verfügung habe?
… für ein Zahlenschloss mit 3 Rädern, wobei für jedes Rad die Ziffern 0 bis 9 zur Verfügung stehen.
… aus einer Spielesammlung mit 10 Spielen vier verschiedene Spiele auszuwählen?

	n Optionen **mit Wiederholen/Zurücklegen**	n Optionen **ohne Wiederholen/Zurücklegen**
Auswahl von k Elementen **mit Beachtung der Reihenfolge** (»Variation«)	n^k; Zahlenschloss 	$\frac{n!}{(n-k)!}$; Bücherregal 
Auswahl von k Elementen **ohne Beachtung der Reihenfolge** (»Kombination«)	$\frac{(n+k-1)!}{k!(n-1)!}$; Obstsalat 	$\frac{n!}{k!(n-k)!}$; Spielesammlung 

Boxplot

zunächst:
»doppelt ungerade«
Anzahl an Daten



(Krüger et al., 2015, S. 123)

Bedingte Wahrscheinlichkeiten

C = »an Corona erkrankt«

T = »positives Testergebnis«

Prävalenz: $P(C) = 1\%$

Wahrscheinlichkeit der Erkrankung

Sensitivität: $P_C(T) = 90\%$

Wahrscheinlichkeit für positives Testergebnis, wenn Erkrankung vorliegt

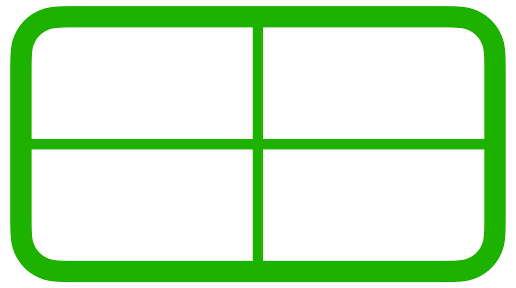
Spezifität: $P_{\neg C}(\neg T) = 95\%$

Wahrscheinlichkeit für negatives Testergebnis, wenn keine Erkrankung vorliegt

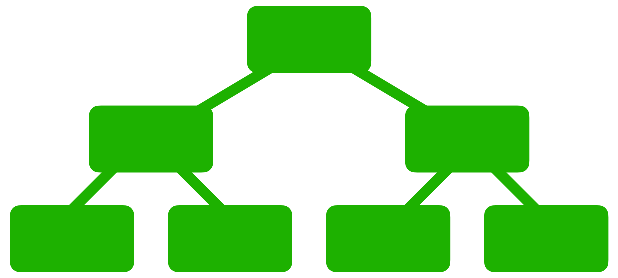
gesucht: $P_T(C)$

Mögliche Visualisierungen

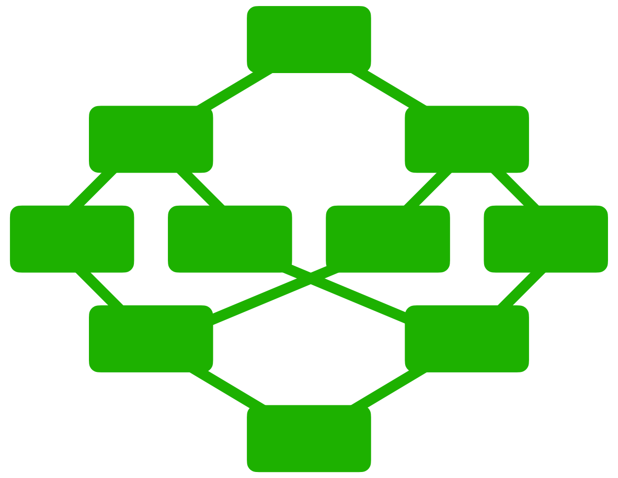
Vierfeldertafel/ Einheitsquadrat



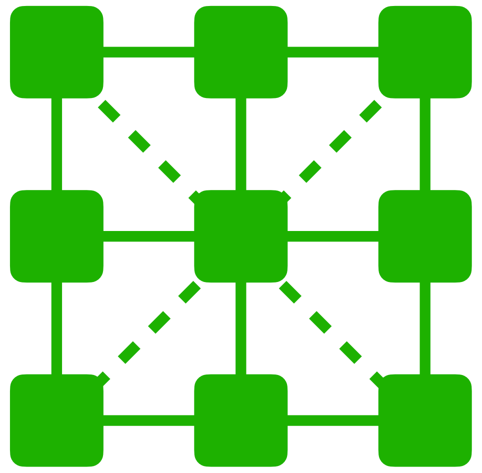
Baumdiagramm



Doppelbaum

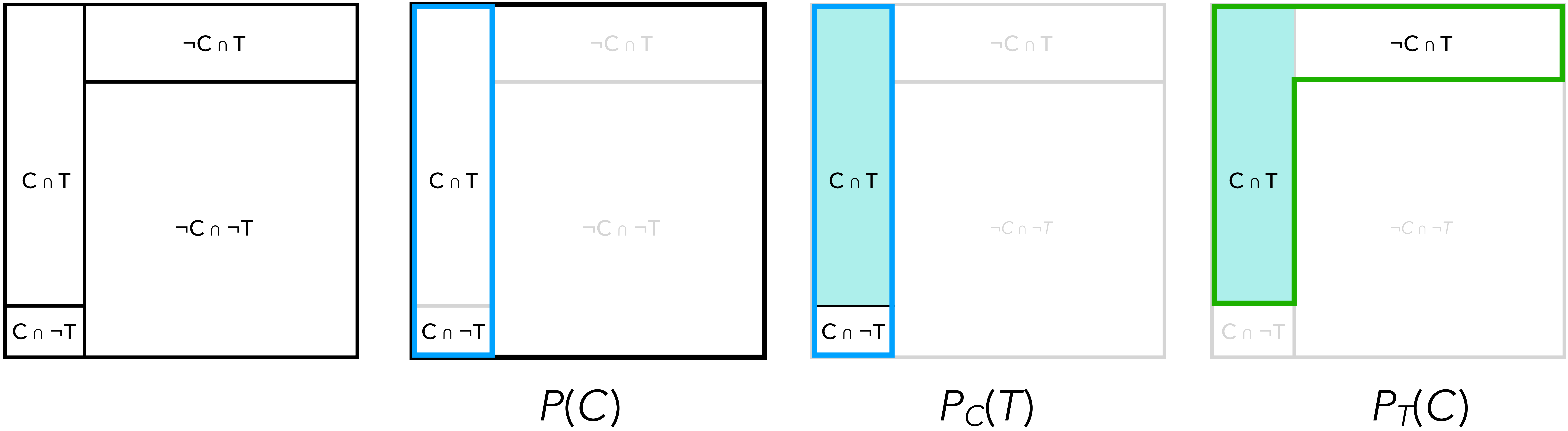


Häufigkeitsnetz



Bedingte Wahrscheinlichkeiten

Einheitsquadrat



Bedingte Wahrscheinlichkeiten

Häufigkeitsnetz

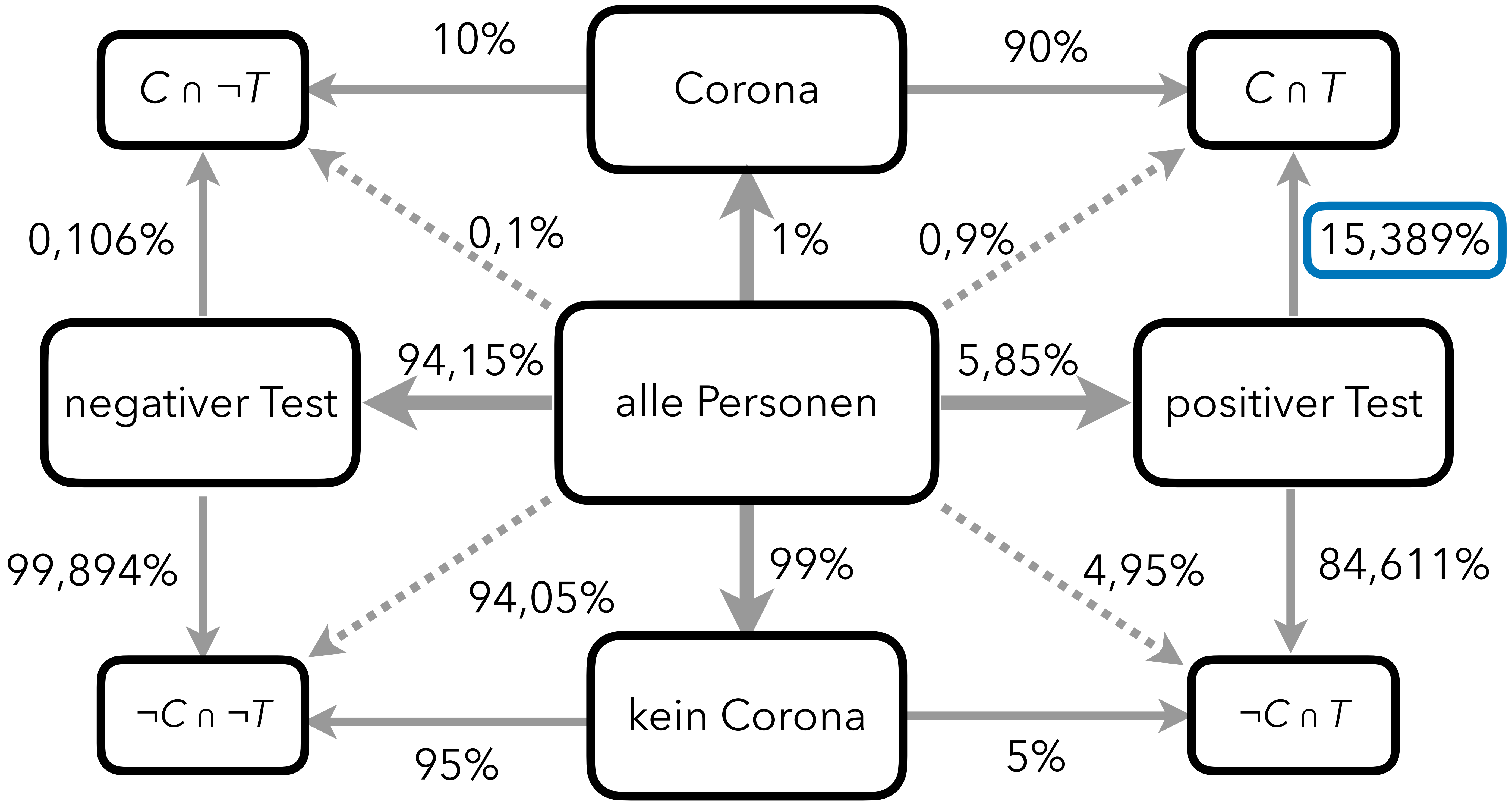
$$P(C) = 1\,\%$$

$$P_C(T) = 90\,\%$$

$$P_{\neg C}(\neg T) = 95\,\%$$

$$P_C(T) = \frac{P(C \cap T)}{P(C)}$$

$$P_T(C) = ?$$



Bedingte Wahrscheinlichkeiten

Häufigkeitsnetz

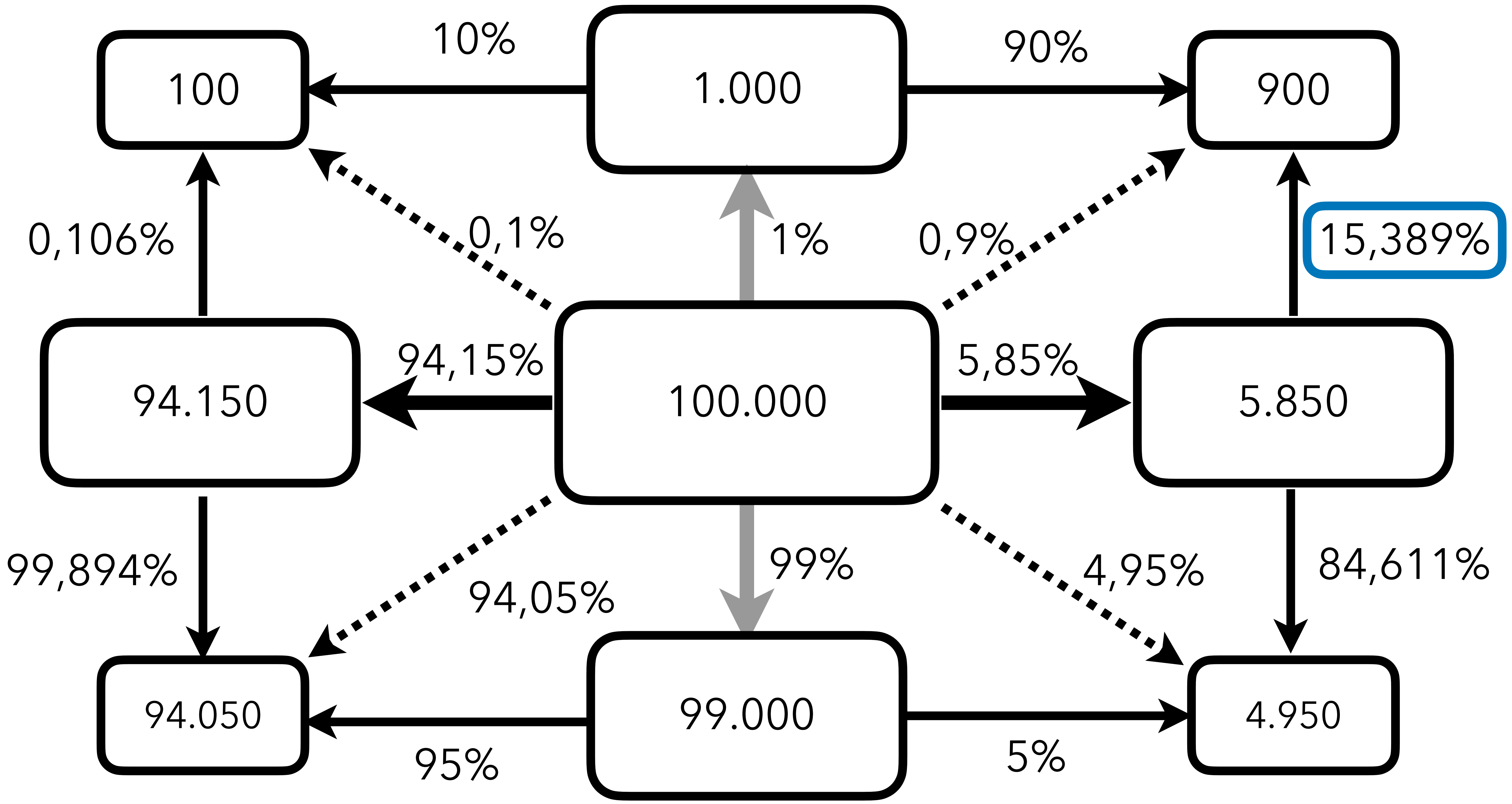
$P(C) = 1\,\%$

$P_C(T) = 90\,\%$

$P_{\neg C}(\neg T) = 95\,\%$

$$P_C(T) = \frac{P(C \cap T)}{P(C)}$$

$P_T(C) = ?$



Bedingte Wahrscheinlichkeiten

Häufigkeitsnetz

Bestimmung der bedingten Wahrscheinlichkeit

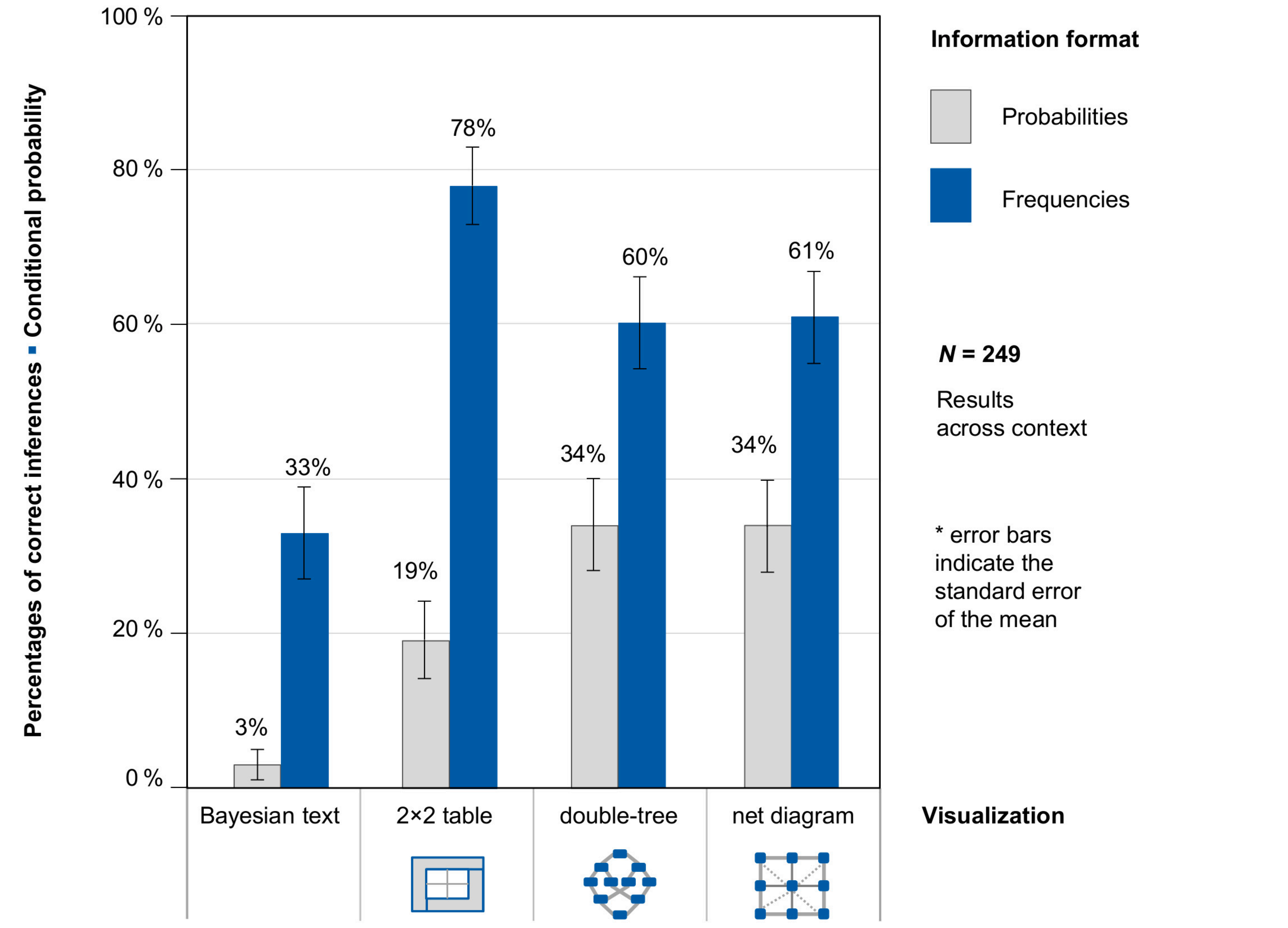


FIGURE 6 | Percentages of correct inferences in the question for a conditional probability, separated for information format and visualization type (across both contexts).

Bestimmung der Schnittwahrscheinlichkeit

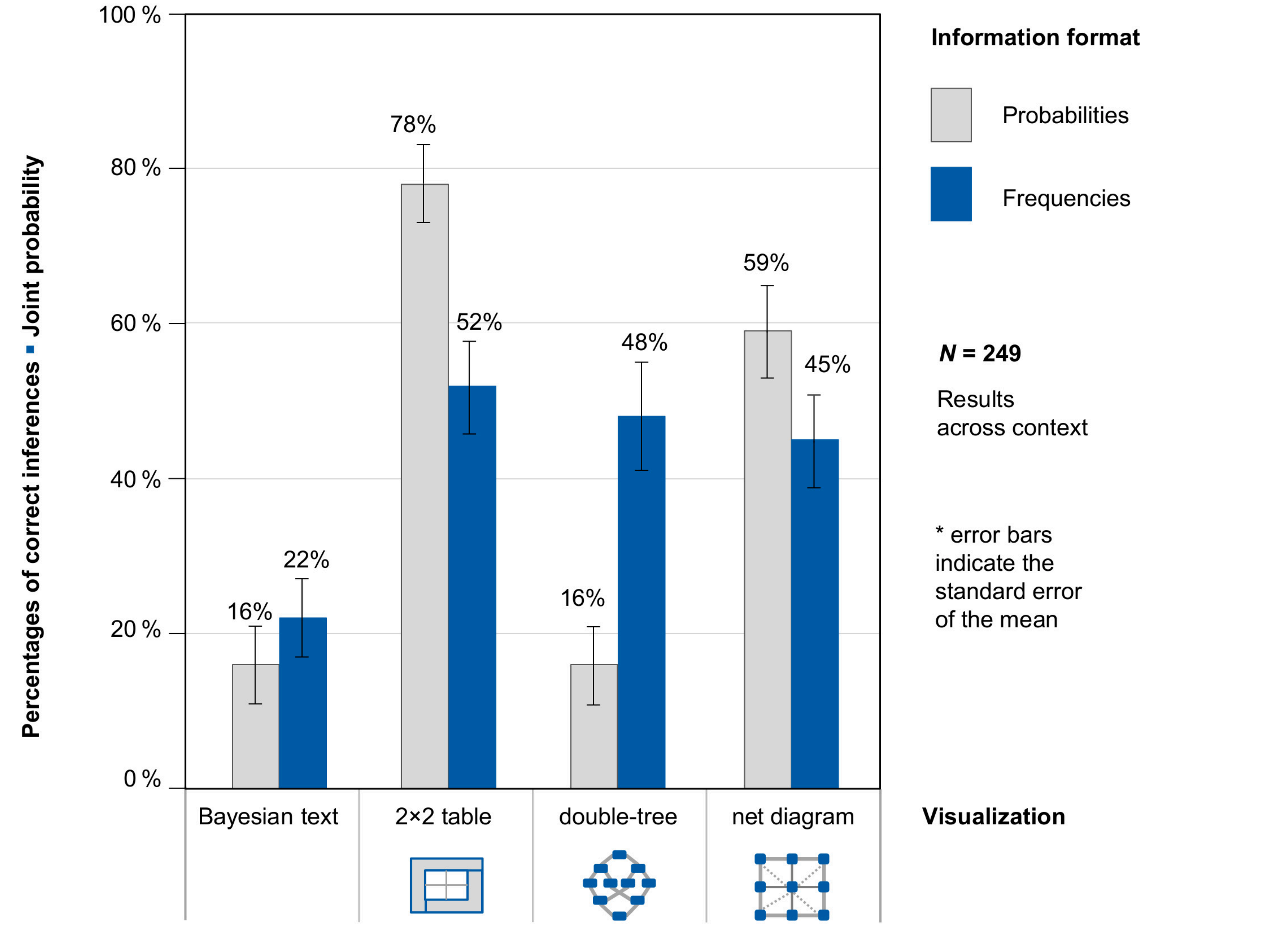


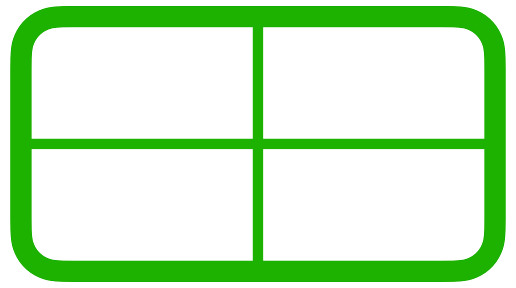
FIGURE 7 | Percentages of correct inferences in the question for a joint probability, separated for information format and visualization type (across both contexts).

(Binder et al., 2020)

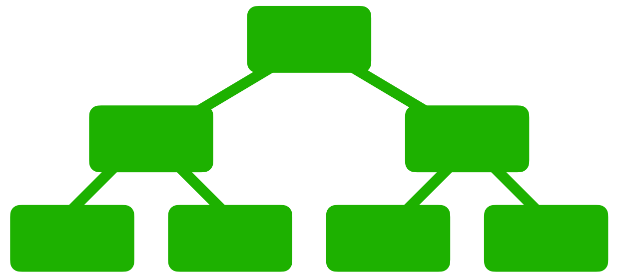
Bedingte Wahrscheinlichkeiten

Mögliche Visualisierungen

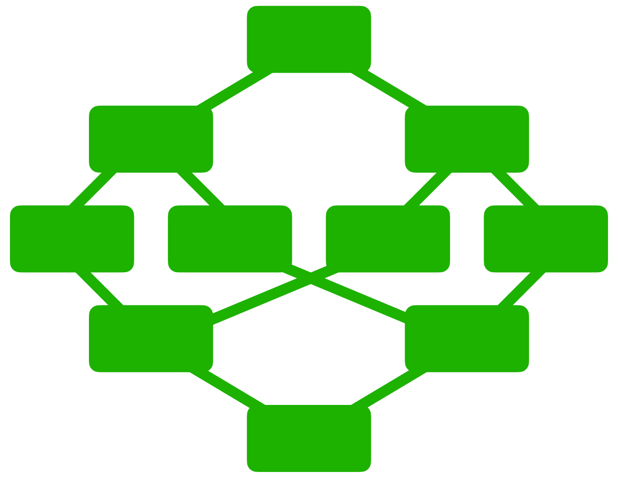
Vierfeldertafel/
Einheitsquadrat



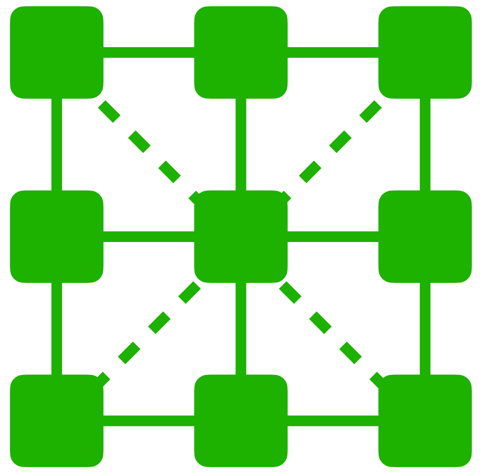
Baumdiagramm



Doppelbaum



Häufigkeitsnetz



Weitere Unterstützungen

- Vernetzung der Darstellungen
- absolute Häufigkeiten statt Wahrscheinlichkeiten

Literatur

Binder, K., Krauss, S., & Wiesner, P. (2020). A New Visualization for Probabilistic Situations Containing Two Binary Events: The Frequency Net. Frontiers in Psychology, 11, 750. https://doi.org/10.3389/fpsyg.2020.00750

Krüger, K., Sill, H.-D., & Sikora, C. (2015). *Didaktik der Stochastik in der Sekundarstufe I*. Springer Berlin Heidelberg. https://doi.org/10.1007/978-3-662-43355-3