

Universität Potsdam – Wintersemester 2023/24

# **Stoffdidaktik Mathematik**

Kapitel 7 – Intermezzo: Flächeninhalt

# Stoffdidaktik Mathematik

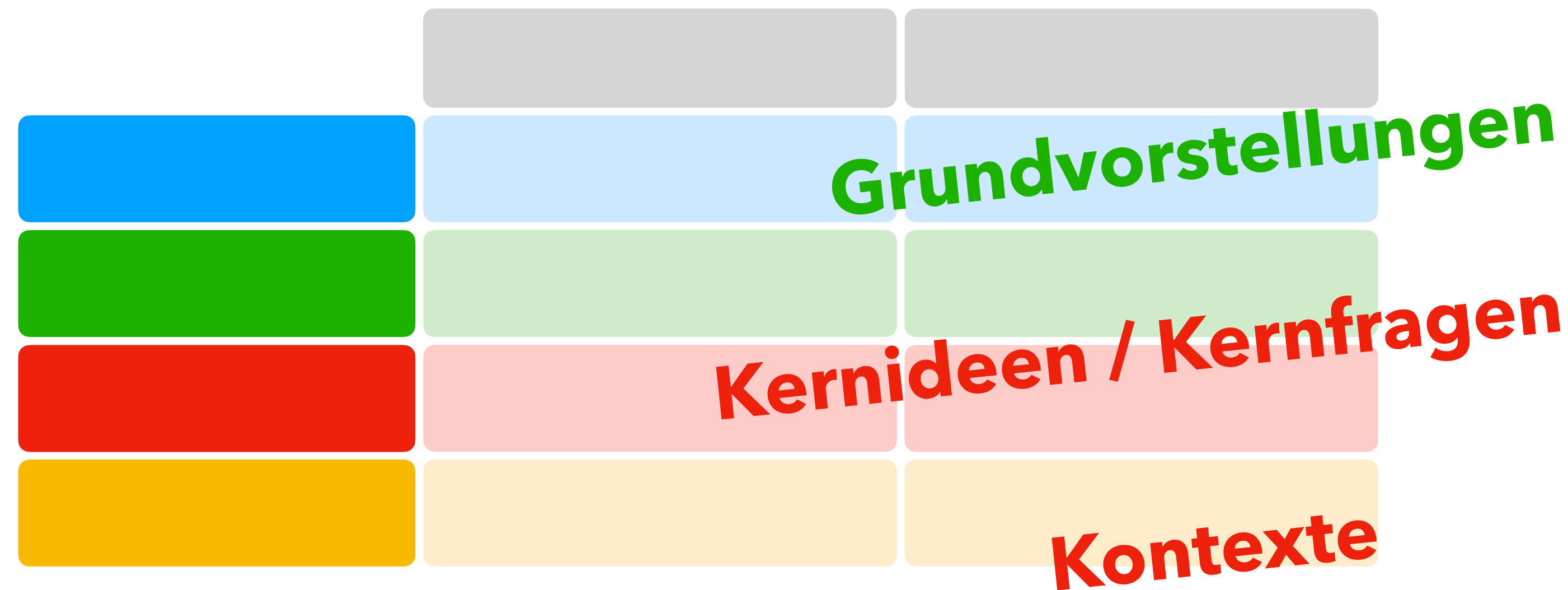
## Kapitel 7 – Intermezzo: Flächeninhalt

- Sie vertiefen Ihr Verständnis über den Vier-Ebenen-Ansatz.
- Sie verknüpfen Ihre Kenntnisse über Fachmathematik, fundamentale Ideen, Grundvorstellungen sowie Kernideen und Kontexte am Beispiel des Flächeninhaltsbegriffs.

# Beispiel: Flächeninhalt

**Formale Grundlagen**

**Fundamentale Ideen**

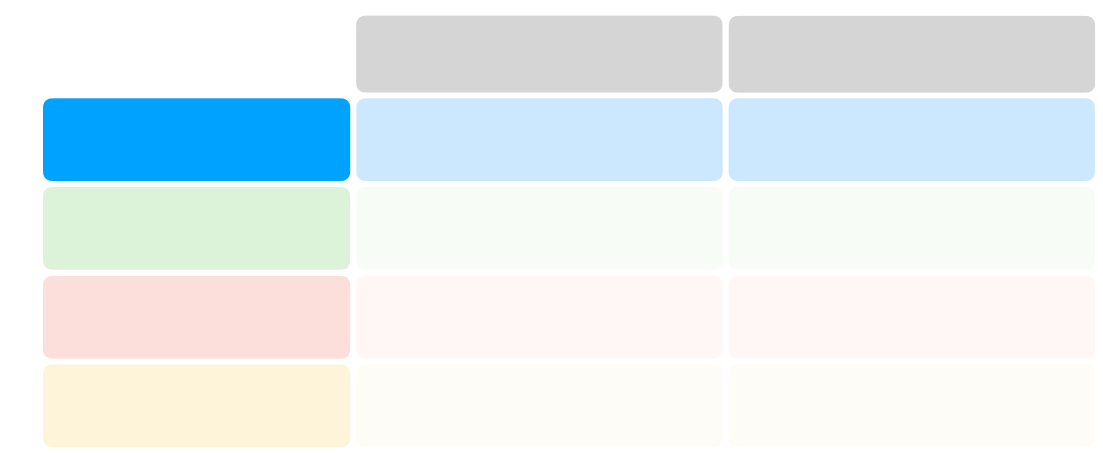


**horizontale & vertikale  
Mathematisierung**

**Schwierigkeiten  
und Herausforderungen**

Wir sehen uns die Materialien der »mathewerkstatt« (Barzel et al., 2012) an und reflektieren das Vorgehen mithilfe einer stoffdidaktischen Analyse zum Flächeninhaltsbegriff.

# Flächeninhalt



Der Flächeninhalt einer Figur ist ein **nichtnegatives Maß**, wobei zwei **zueinander kongruenten Figuren dasselbe Maß** zugeordnet wird und der Flächeninhalt einer Figur gleich der **Summe der Flächeninhalte ihrer Teilfiguren** ist. Hinzu wird das Flächeninhaltsmaß eines Quadrates der Seitenlänge 1 LE auf  $1 \text{ LE}^2$  festgelegt.

**Flächeninhalt**  
mithilfe einer Zahl  
objektivieren

**Flächenvergleich**  
ohne explizites Maß  
möglich

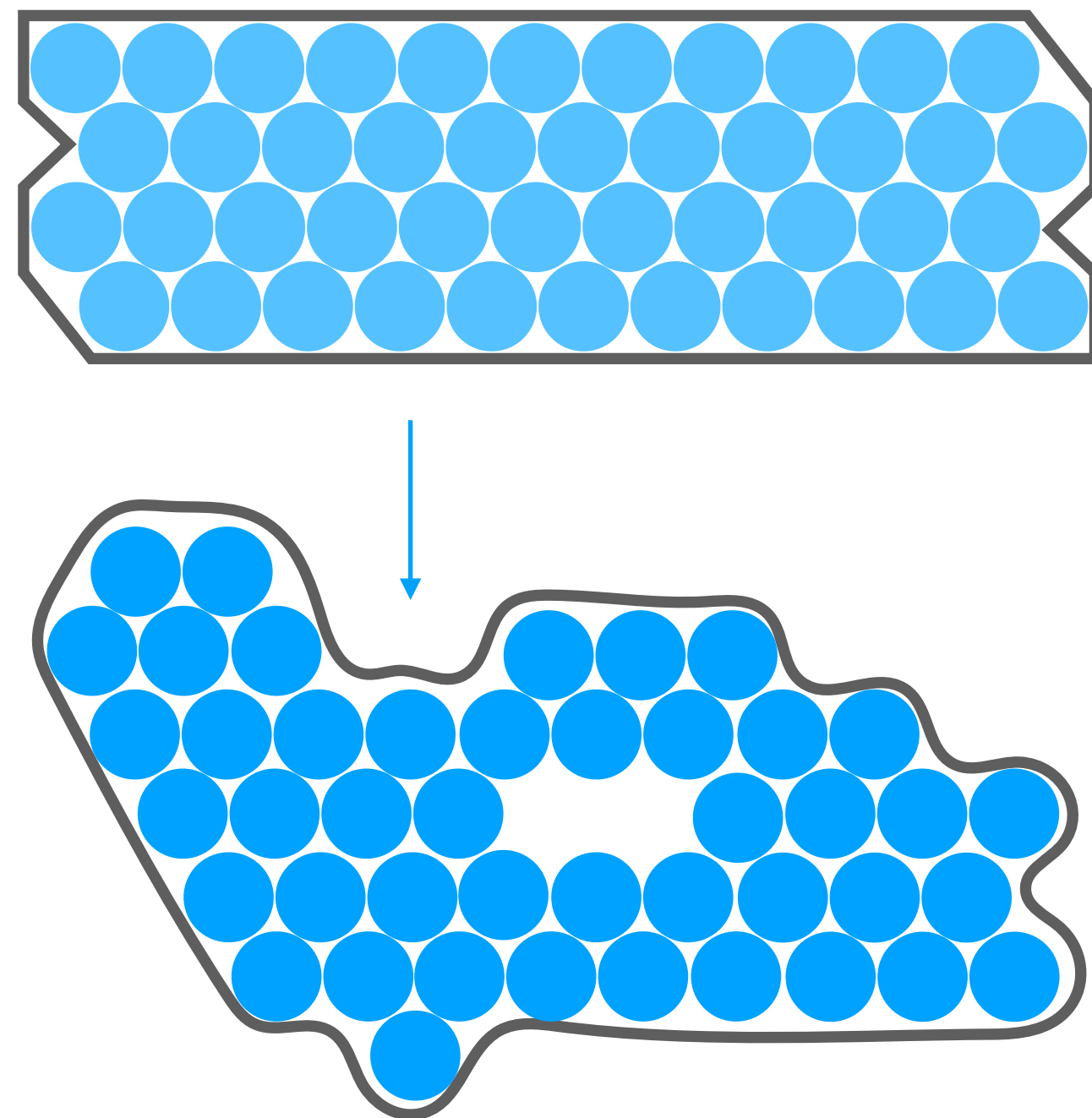
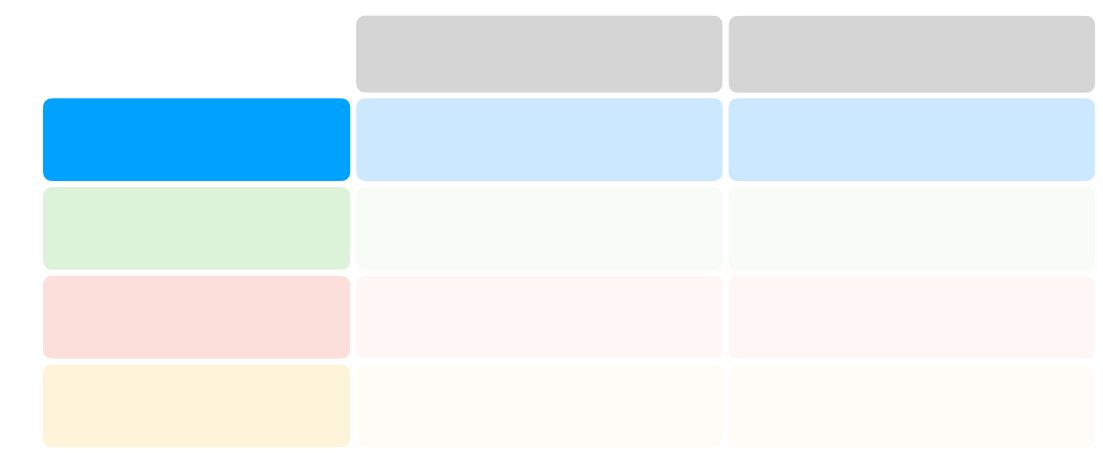
»**Willkürlichkeit**« des  
**Vergleichsmaßes**

- Vergleichen verschiedener Flächen durch Zerlegen, Ergänzen und Übereinanderlegen
- Bestimmen des Maßes einer Fläche über Auszählen mittels eines (allg.) Vergleichsmaßes
- Nutzen eines quadratischen Vergleichsmaßes, in der Regel  $1 \text{ cm}^2$

(vgl. Kuntze, 2018, S. 161)

(vgl. Wörner, 2014, S. 1328 f.)

# Flächeninhalt

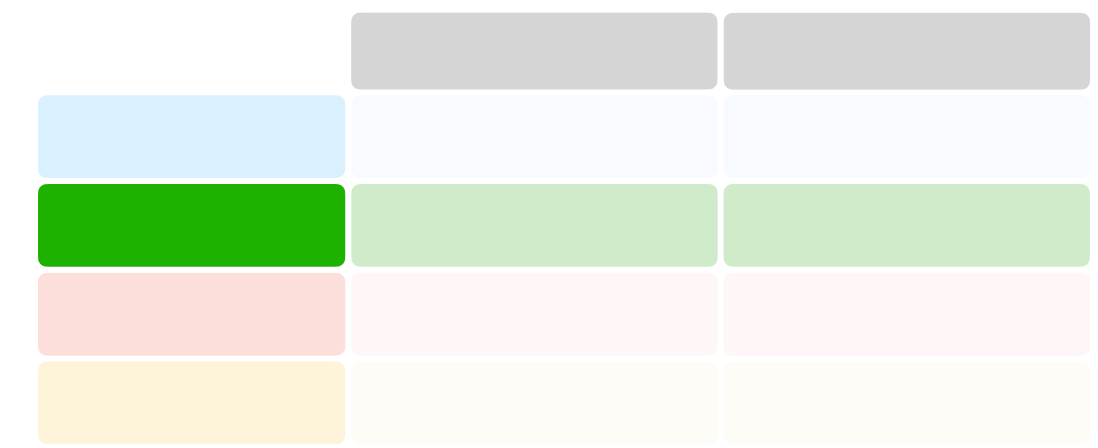


- Vergleichen verschiedener Flächen durch Zerlegen, Ergänzen und Übereinanderlegen
- Bestimmen des Maßes einer Fläche über Auszählen mittels eines (allg.) Vergleichsmaßes
- Nutzen eines quadratischen Vergleichsmaßes, in der Regel  $1 \text{ cm}^2$

(vgl. Kuntze, 2018, S. 161)

(vgl. Wörner, 2014, S. 1328 f.)

# Flächeninhalt



## Fundamentale Idee »Messen«

Horizontalkriterium    Vertikalkriterium    Zeitkriterium    Sinnkriterium

Geometrie  
(Flächeninhalt)

Arithmetik  
(Brüche)

Stochastik  
(Erwartungswert)

Analysis  
(Integral)

Physik  
(Größen)

Sozialwissenschaften  
(quant. Forschung)

Medizin  
(Pulsschlag)

Ableitung, Integral

Flächenverwandlungen/Approximation

Längen/Flächen/Volumina

Abzählen

Pythagoras  
»Alles ist Zahl!«

Triangulation  
»Vermessung der Welt«

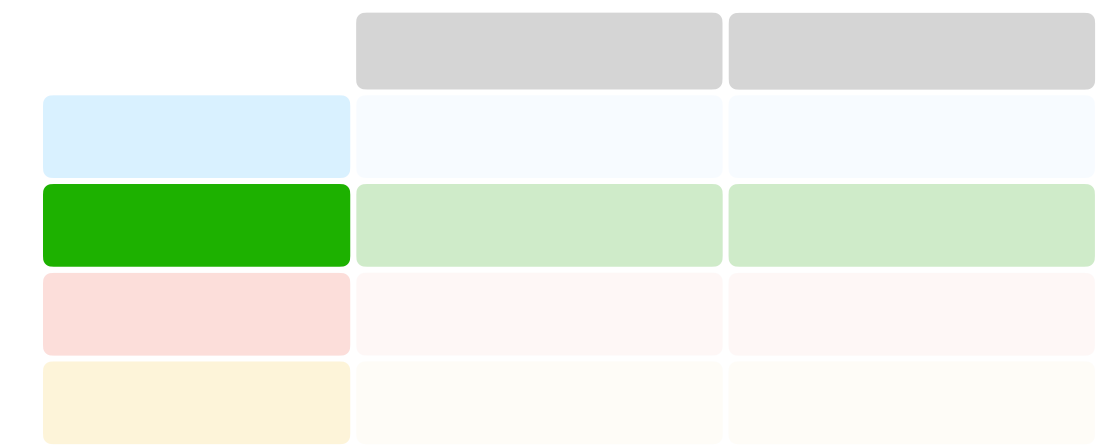
Vereinheitlichung von  
Maßeinheiten

»Quadratur des  
Kreises«

(Vohns, 2000)

# Flächeninhalt

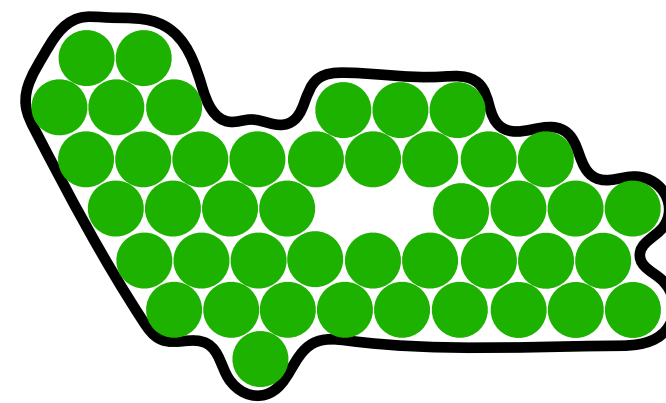
## Grundvorstellungen



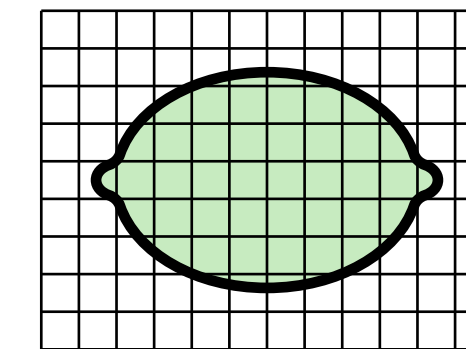
### Maßzahlaspekt

Flächeninhalt einer Figur als nichtnegative Maßzahl, die mittels normierter Flächeninhaltsmaße bestimmt wird

Handlungserfahrungen



Repräsentationen

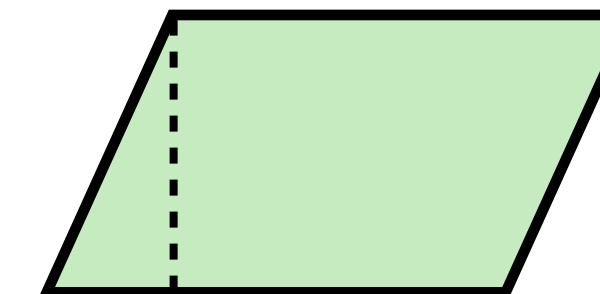


Anwendung auf Realität

Bestimmen der Größe eines Fußballfeldes

### Vereinigungsaspekt

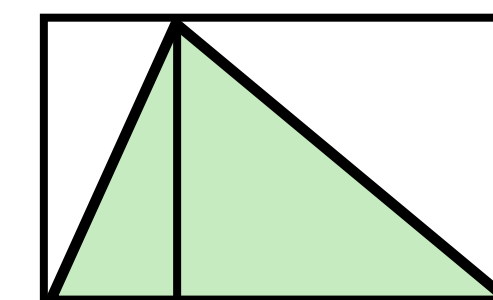
Flächeninhalt einer Figur als Summe der Flächeninhalte der Teilfiguren, aus denen sich die Figur zusammensetzen lässt



Bestimmen der Größe eines Landes

### Kongruenzaspekt

Flächeninhalt einer Figur als invariante Eigenschaft bei Kongruenzabbildungen



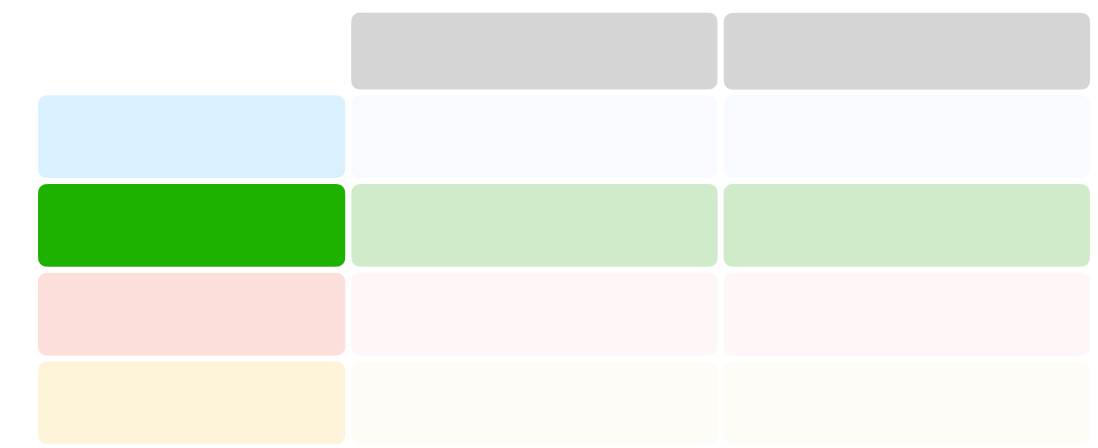
Bestimmen des Oberflächeninhalts eines Prismas

(angelehnt an Wörner, 2014)



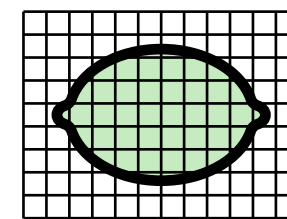
# Flächeninhalt

## Grundvorstellungen



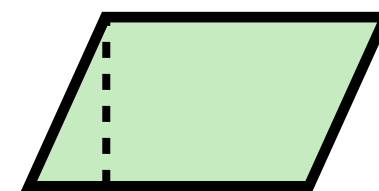
### Maßzahlaspekt

Flächeninhalt einer Figur als nichtnegative Maßzahl, die mittels normierter Flächeninhaltsmaße bestimmt wird



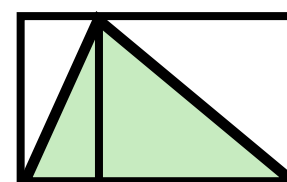
### Vereinigungsaspekt

Flächeninhalt einer Figur als Summe der Flächeninhalte der Teilfiguren, aus denen sich die Figur zusammensetzen lässt

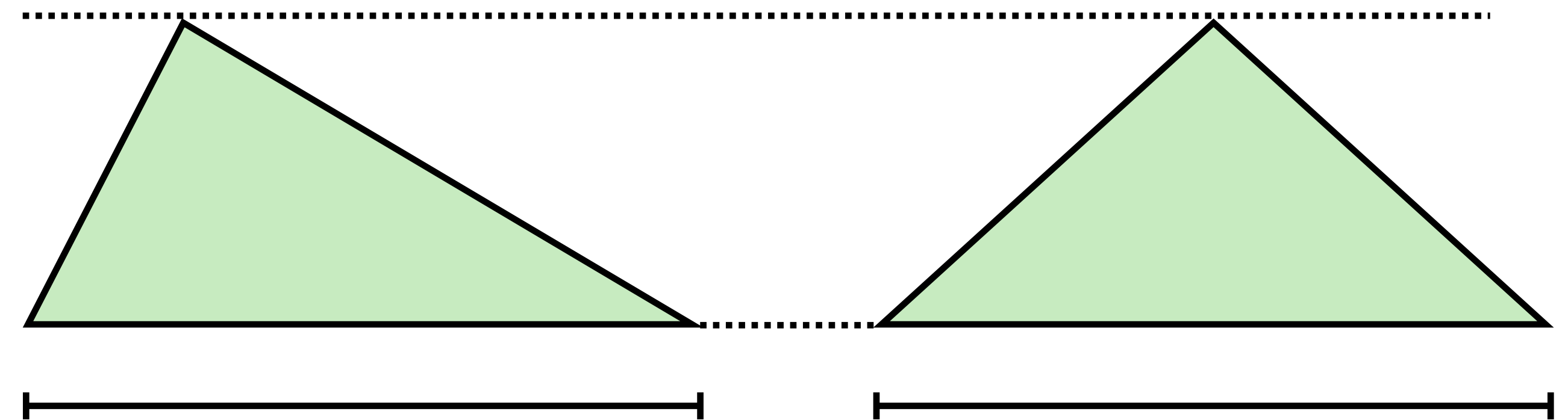


### Kongruenzaspekt

Flächeninhalt einer Figur als invariante Eigenschaft bei Kongruenzabbildungen

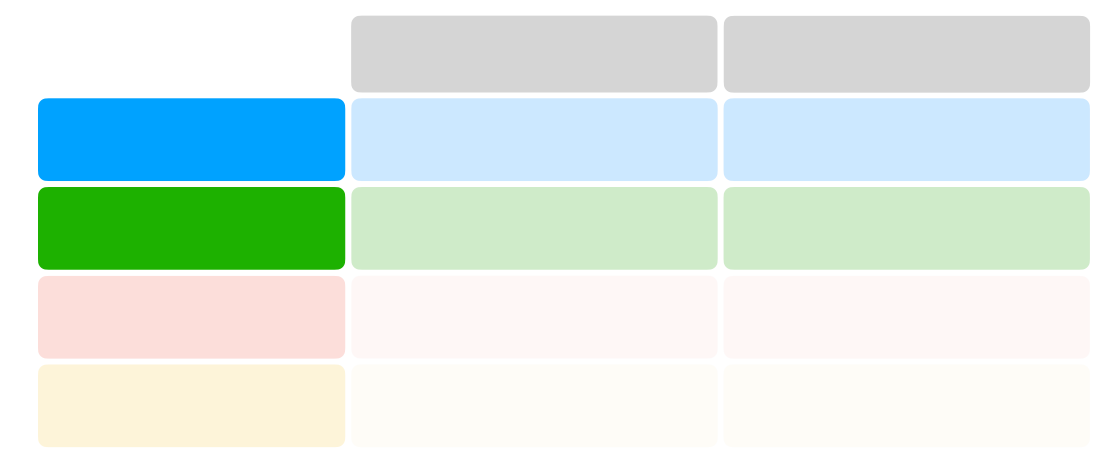


(angelehnt an Wörner, 2014)



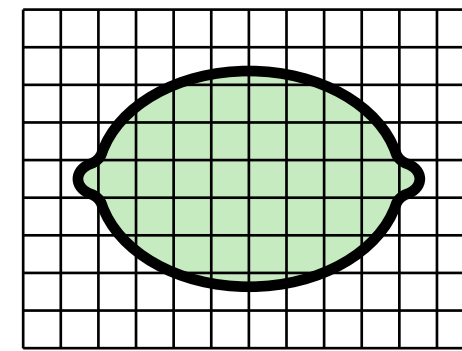


# Flächeninhalt

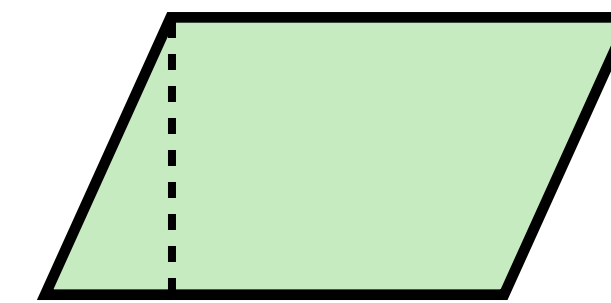


Der Flächeninhalt einer Figur ist ein **nichtnegatives Maß**, wobei zwei **zueinander kongruenten Figuren dasselbe Maß** zugeordnet wird und der Flächeninhalt einer Figur gleich der **Summe der Flächeninhalte ihrer Teilfiguren** ist. Hinzu wird das Flächeninhaltsmaß eines Quadrates der Seitenlänge 1 LE auf  $1 \text{ LE}^2$  festgelegt.

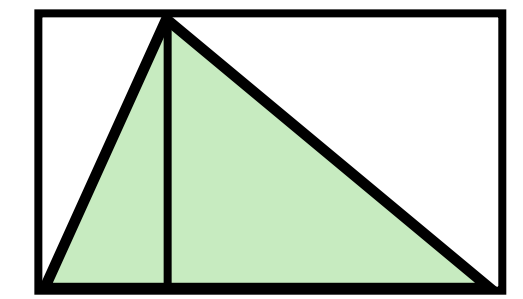
**Maßzahlaspekt**



**Vereinigungsaspekt**



**Kongruenzaspekt**

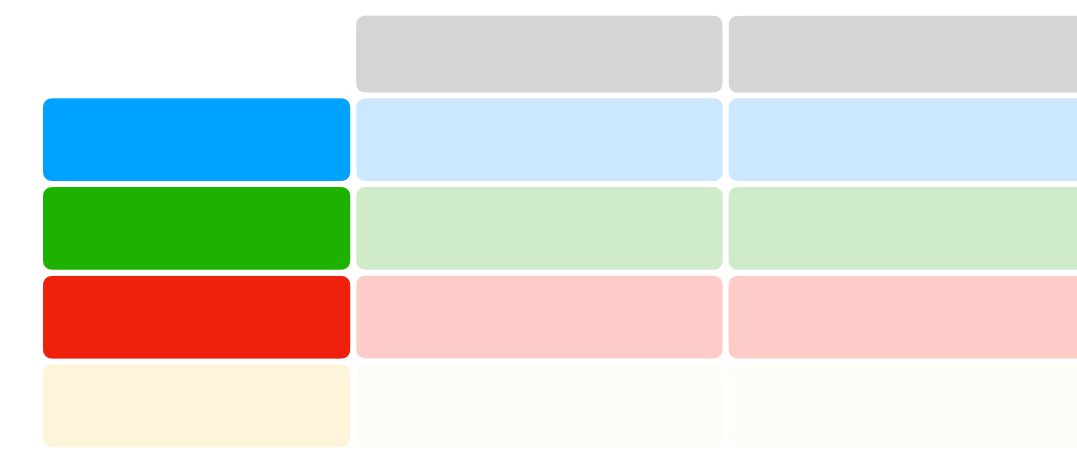


Inwieweit werden im Schulbuch die Grundvorstellungen zum Flächeninhaltsbegriff angesprochen?

Welcher Lernpfad wird verfolgt und wie kann dieser begründet werden?

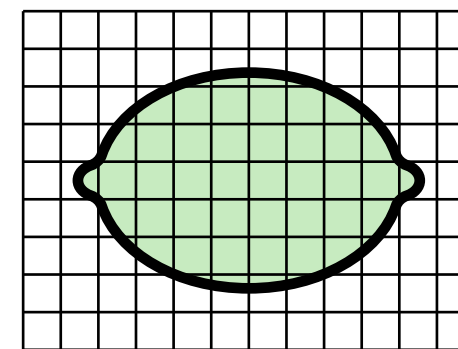
(vgl. Kuntze, 2018, S. 161)

# Flächeninhalt

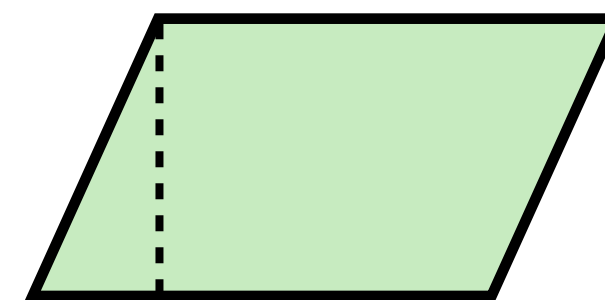


Der Flächeninhalt einer Figur ist ein **nichtnegatives Maß**, wobei zwei **zueinander kongruenten Figuren dasselbe Maß** zugeordnet wird und der Flächeninhalt einer Figur gleich der **Summe der Flächeninhalte ihrer Teilfiguren** ist. Hinzu wird das Flächeninhaltsmaß eines Quadrates der Seitenlänge 1 LE auf 1 LE<sup>2</sup> festgelegt.

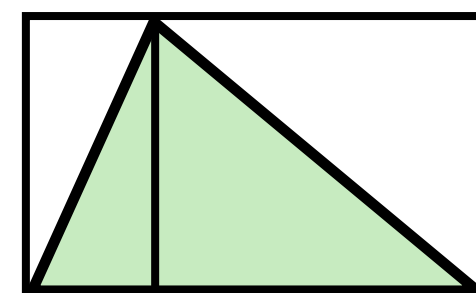
## Maßzahlaspekt



## Vereinigungsaspekt



## Kongruenzaspekt



## Kontext

Zoogehege

**Lebensweltbezug,  
Kontextauthentizität &  
Reichhaltigkeit?**

## Kernfragen

**Vor- & Rückschauerspektive**

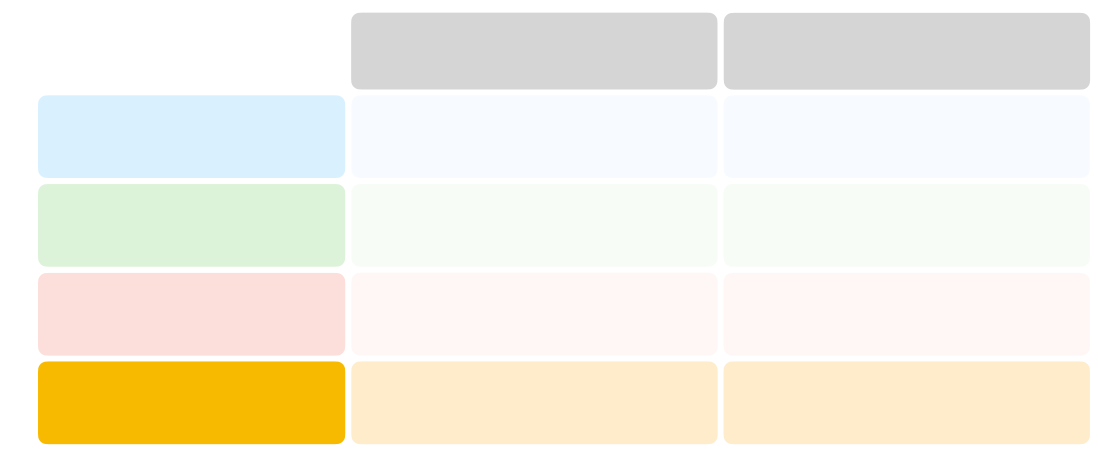
- Wie kann ich die Größe von Flächen vergleichen?
- Wie kann ich die Größe einer Fläche geschickt bestimmen?

(vgl. Kuntze, 2018, S. 161)

(Barzel et al., 2012c, S. 170 f.)

# Flächeninhalt

## Typische Schwierigkeiten



Flächeninhalt - Umfang - Volumen

Fläche - Flächeninhalt

(vgl. Kuntze, 2018, S. 159 f.)

(Barzel et. al, 2012a, S. 362 )

# Literatur

- Barzel, B., Hußmann, S., Leuders, T., & Prediger, S. (Hrsg.). (2012a). *Mathewerkstatt. 5, Handreichungen* [DVD]. Cornelsen.
- Barzel, B., Hußmann, S., Leuders, T., & Prediger, S. (Hrsg.). (2012b). *Mathewerkstatt. 5, Materialblock* (Mittlerer Schulabschluss, allgemeine Ausg., 1. Aufl). Cornelsen.
- Barzel, B., Hußmann, S., Leuders, T., & Prediger, S. (Hrsg.). (2012c). *Mathewerkstatt. 5, Schulbuch* (Mittlerer Schulabschluss, allgemeine Ausg., 1. Aufl). Cornelsen.
- Kuntze, S. (2018). Flächeninhalt und Volumen. In *Didaktik der Geometrie für die Sekundarstufe I* (S. 149–177). Springer Berlin Heidelberg. [https://doi.org/10.1007/978-3-662-56217-8\\_7](https://doi.org/10.1007/978-3-662-56217-8_7)
- Vohns, A. (2000). *Das Messen als fundamentale Idee* [1. Staatsexamensarbeit, Universität-Gesamthochschule Siegen]. <https://wwwu.aau.at/avohns/pdf/messen.pdf>
- Wörner, D. (2014). Grundvorstellungen zum Flächeninhaltsbegriff ausbilden – eine exemplarische Studie. In *Beiträge zum Mathematikunterricht 2014, 48. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik vom 10.03.2014 bis 14.03.2014 in Koblenz* (S. 1327–1330). <https://doi.org/10.17877/DE290R-1049>