

Universität Potsdam – Wintersemester 2025/26

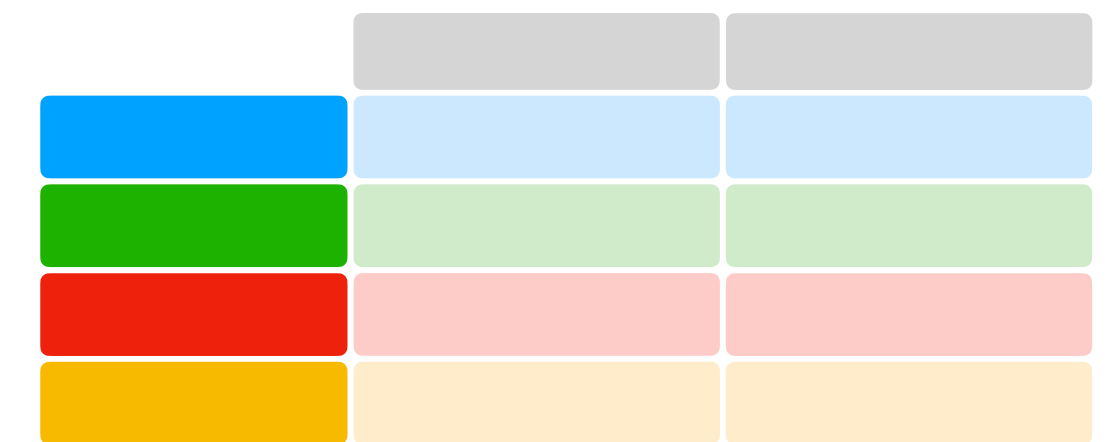
Stoffdidaktik Mathematik

Kapitel 1 – Vier-Ebenen-Ansatz

Stoffdidaktik Mathematik

Kapitel 1 – Vier-Ebenen-Ansatz

- Sie kennen typische Fragestellungen, um sich einer stoffdidaktischen Analyse systematisch zu nähern.
- Sie erkennen den Vier-Ebenen-Ansatz als eine Möglichkeit, eine stoffdidaktische Analyse strukturiert vorzunehmen.
- Sie können den Vier-Ebenen-Ansatz anhand eines Beispiels nachvollziehen.
- Sie sind sich der Komplexität einer stoffdidaktischen Analyse bewusst.



Negative Zahlen

Was stellt man sich darunter vor?

Satz des Pythagoras

Wie kann man den beweisen?

Zufallsexperimente

Welche Beispiele sind geeignet?

Logarithmengesetze

Wofür braucht man die?

Darauf bietet die Stoffdidaktik Mathematik Antworten!

Winkel

Was ist das eigentlich?

Tangenten am Kreis

Wie definiert man die am besten?

Rechnen mit Brüchen

Warum fällt das vielen so schwer?

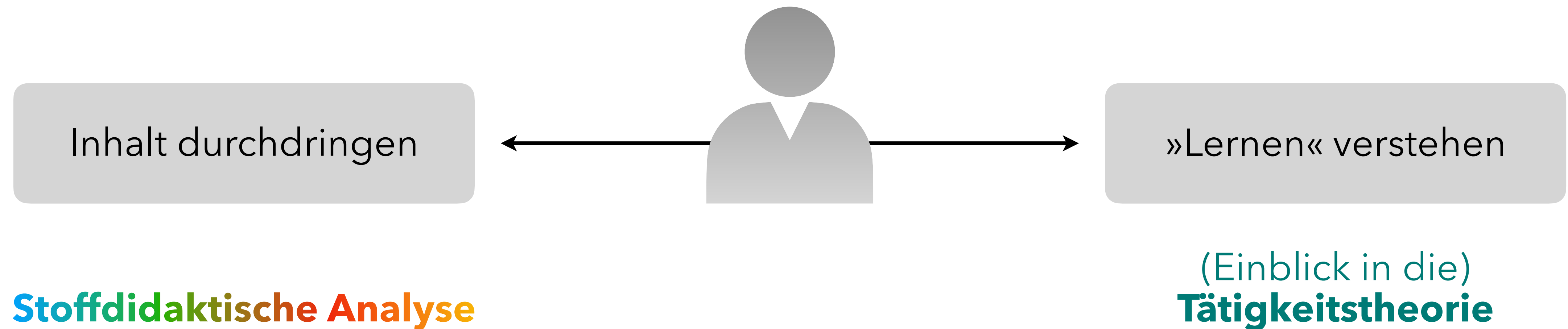
Funktionen

Wie führe ist das am besten ein?

Bedingte Wahrscheinlichkeit

Wie kann ich das visualisieren?

Wie gestalte ich einen Lernprozess für einen konkreten mathematischen Inhalt?



Was heißt »Lernen«?

Was heißt »Lernen«?



Lerngegenstände: für spezifische Ausbildungszwecke ausgewählte Ausschnitte des gesellschaftlichen Wissens und Könnens, z. B. Begriffe, Gesetzesaussagen, Methoden theoretischer und praktischer Tätigkeit, Werte, Normen, Verhaltensweisen

(Lompscher, 1985)

Vier-Ebenen-Ansatz

Auswahl

Spezifizieren

Was genau sollen Schülerinnen und Schüler bezüglich eines bestimmten mathematischen Themas lernen?

(angelehnt an Hußmann & Prediger, 2016)

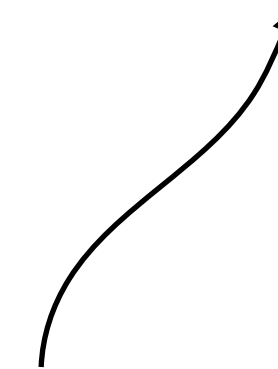
Vier-Ebenen-Ansatz

Auswahl

Spezifizieren

Anordnung

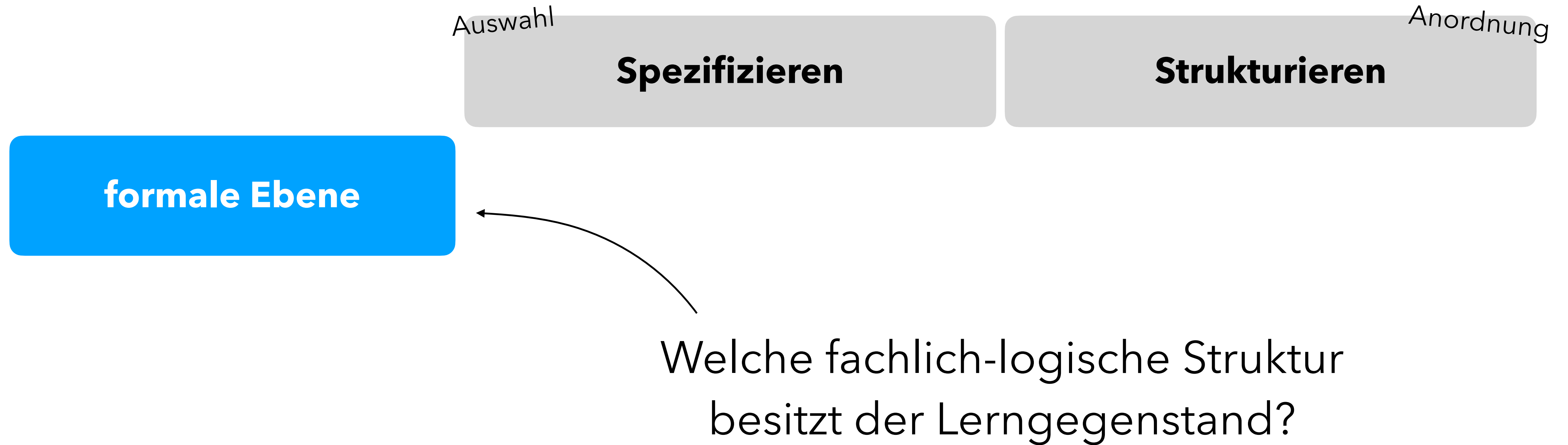
Strukturieren



Wie stehen die Stoffelemente
miteinander in Verbindung und wie können
sie im Lernpfad strukturiert werden?

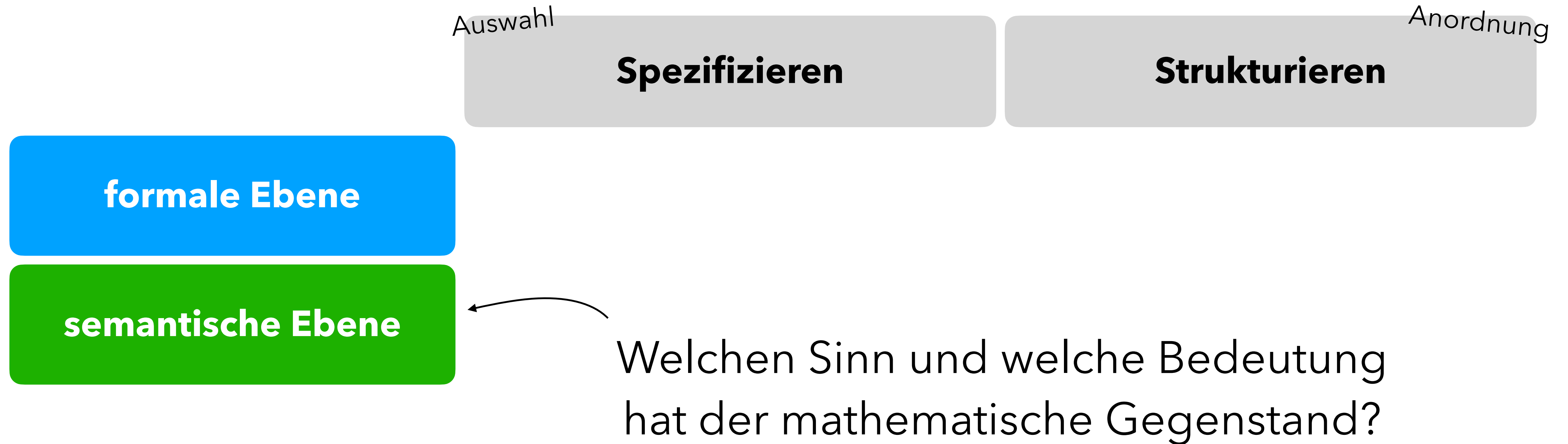
(angelehnt an Hußmann & Prediger, 2016)

Vier-Ebenen-Ansatz



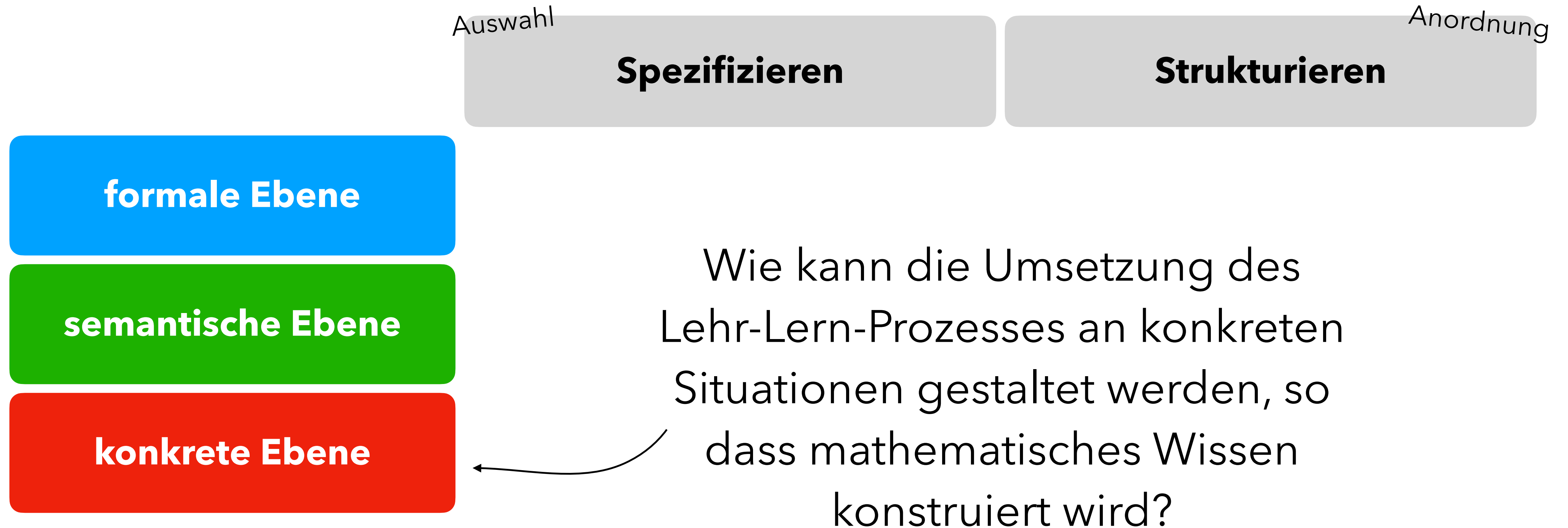
(angelehnt an Hußmann & Prediger, 2016)

Vier-Ebenen-Ansatz



(angelehnt an Hußmann & Prediger, 2016)

Vier-Ebenen-Ansatz



(angelehnt an Hußmann & Prediger, 2016)

Vier-Ebenen-Ansatz

Auswahl

Spezifizieren

Anordnung

Strukturieren

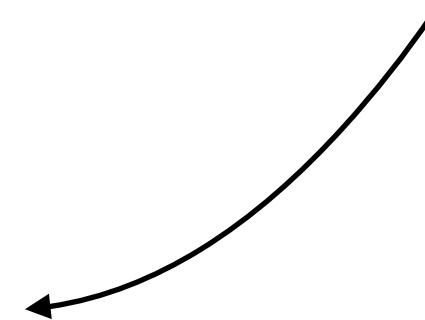
formale Ebene

semantische Ebene

konkrete Ebene

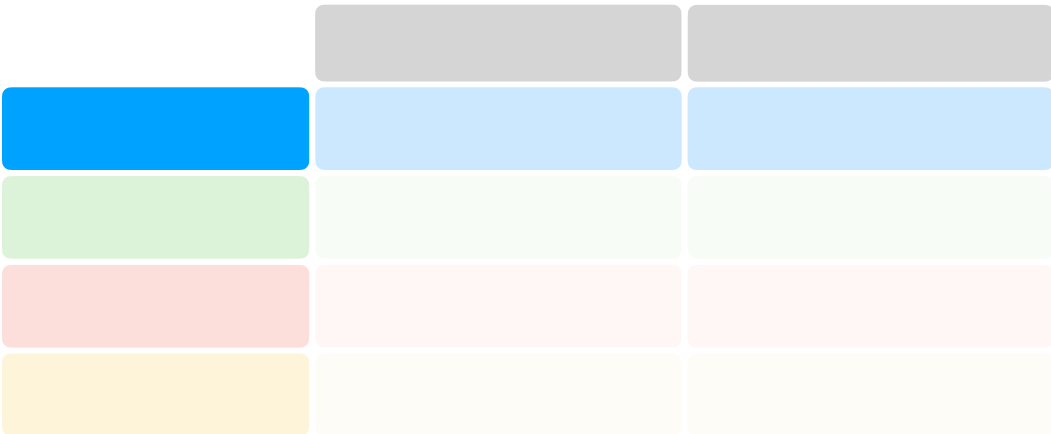
empirische Ebene

Inwieweit können kognitive und ggf. soziale
Aspekte der Schülerinnen und Schüler in die
stoffdidaktische Analyse integriert werden?



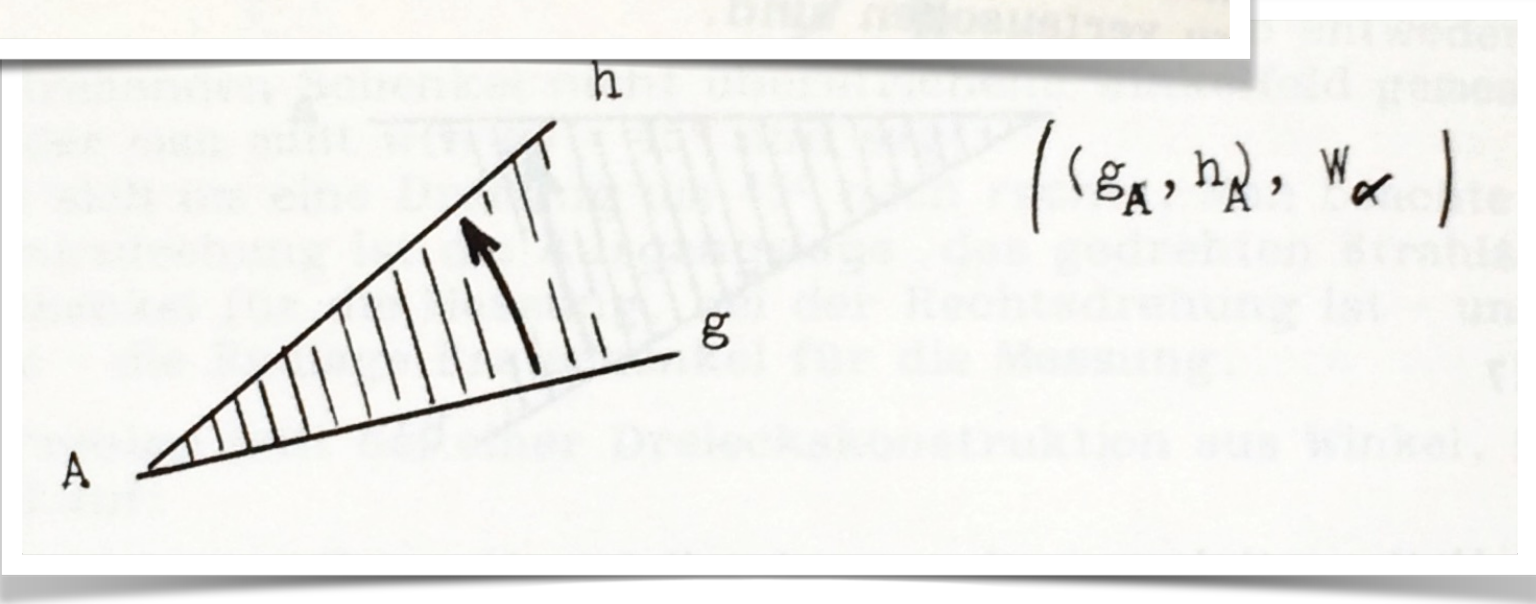
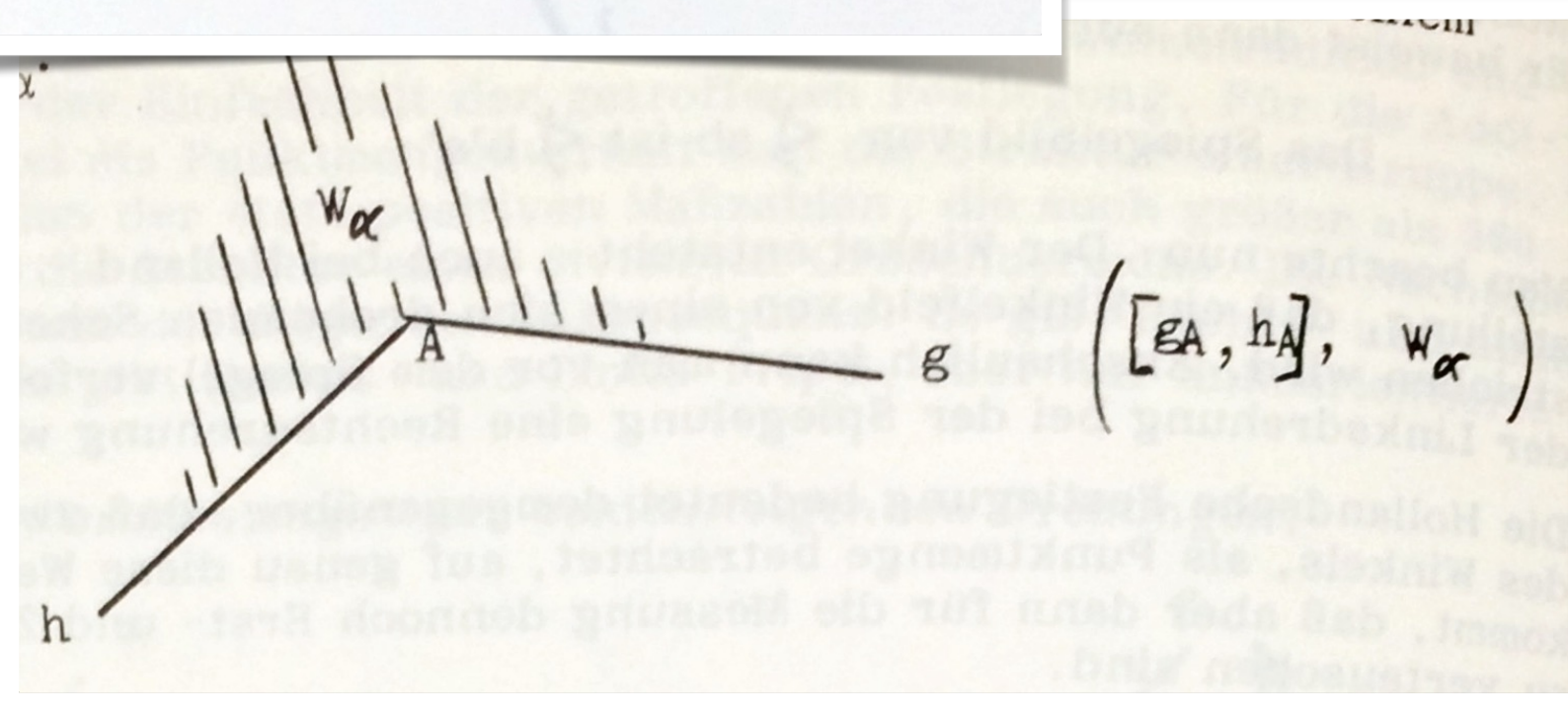
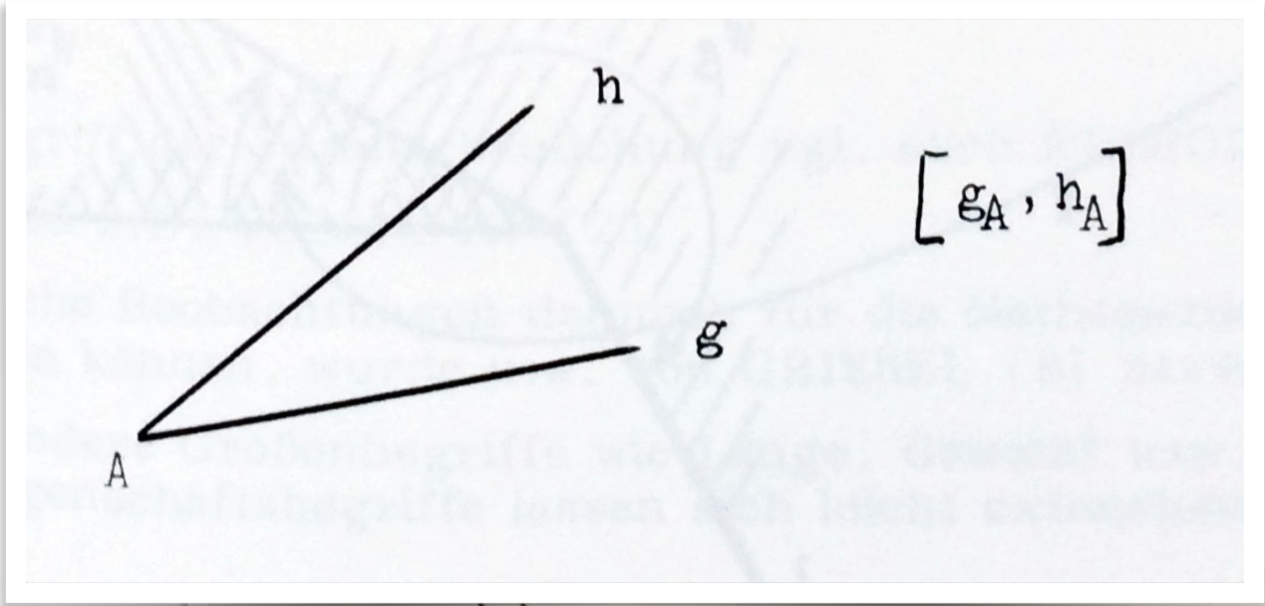
(angelehnt an Hußmann & Prediger, 2016)

Mini-Beispiel: Winkel



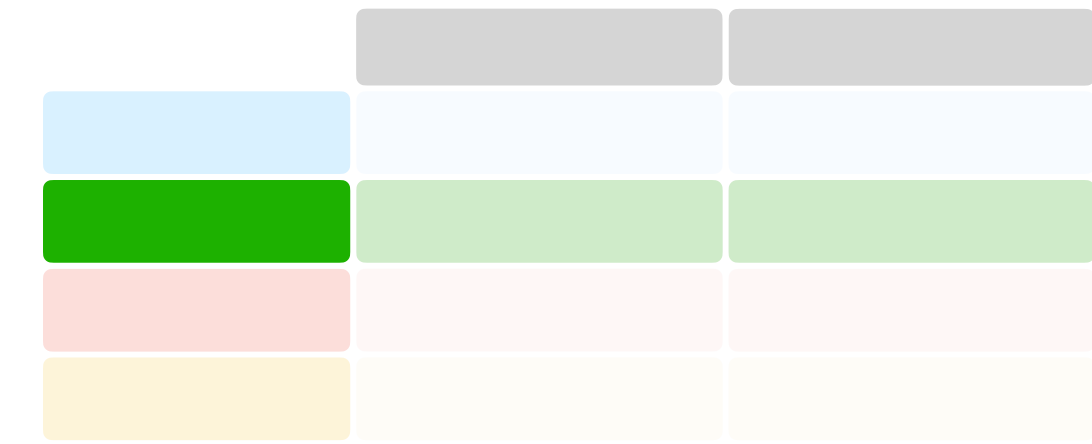
Goniometrischer	Elementar-geometrischer	Analytisch-geometrischer	Stereometrischer
<i>Winkelbegriff: Winkel eines</i>			
geordneten	ungeordneten	geordneten	ungeordneten
<i>Paares von</i>			
Halbgeraden	Halbgeraden	Geraden	Geraden
<i>in</i>			
orientierter	unorientierter	orientierter	unorientierter
<i>Ebene, bestimmt</i>			
mod 2π	zwischen 0° und 180°	mod π	zwischen 0° und 90°

(Freudenthal, 1973, S. 441)

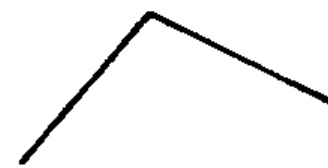


(Strehl, 1983, S. 143 f.)

Mini-Beispiel: Winkel



a) Winkel als "geknickte Gerade". (Abb.)



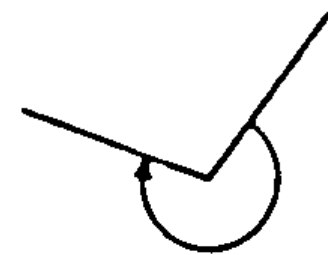
Kurz:
"Winkel ohne
(Kreis-)Bogen".

b) Winkel als Ebenenteil, der von zwei geraden Linien mit gemeinsamem Anfangspunkt begrenzt wird. Anstelle eines Bogens kann der Ebenenteil auch durch eine Schraffur angedeutet werden. (Abb.)



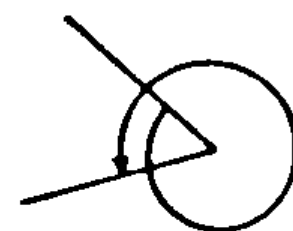
Kurz:
"Winkel mit (Kreis-)
Bogen" oder "Winkelfeld".

c) Winkel als Ebenenteil, dessen "Entstehungsgeschichte" durch die Drehung eines Schenkels beschrieben werden kann. (Abb.)



Kurz:
"Winkel mit Kreishogen-
pfeil" oder "orientier-
tes Winkelfeld".

d) Winkel als "Umlaufwinkel". Der Winkel kann als beliebige Drehung um eine Achse gesehen werden. (Abb.)



Kurz:
"Winkel mit Umdrehungs-
pfeil".

Knick, Feld, Richtungsänderung und Umdrehung

Wesentlich für die Unterscheidung der Aspekte ist die Relevanz und Bedeutung einzelner Winkelbestandteile.

Beim Knick als Abweichung von einer Geraden ist der Scheitelpunkt die Knickstelle, und die Schenkel beschreiben die jeweiligen geradlinigen Teilstücke.

Beim Feld ist der zwischen den Schenkeln befindliche Bereich der Ebene von Bedeutung, der Scheitelpunkt kann dann als »Quelle« des Feldes mit den Schenkeln als Begrenzung angesehen werden.

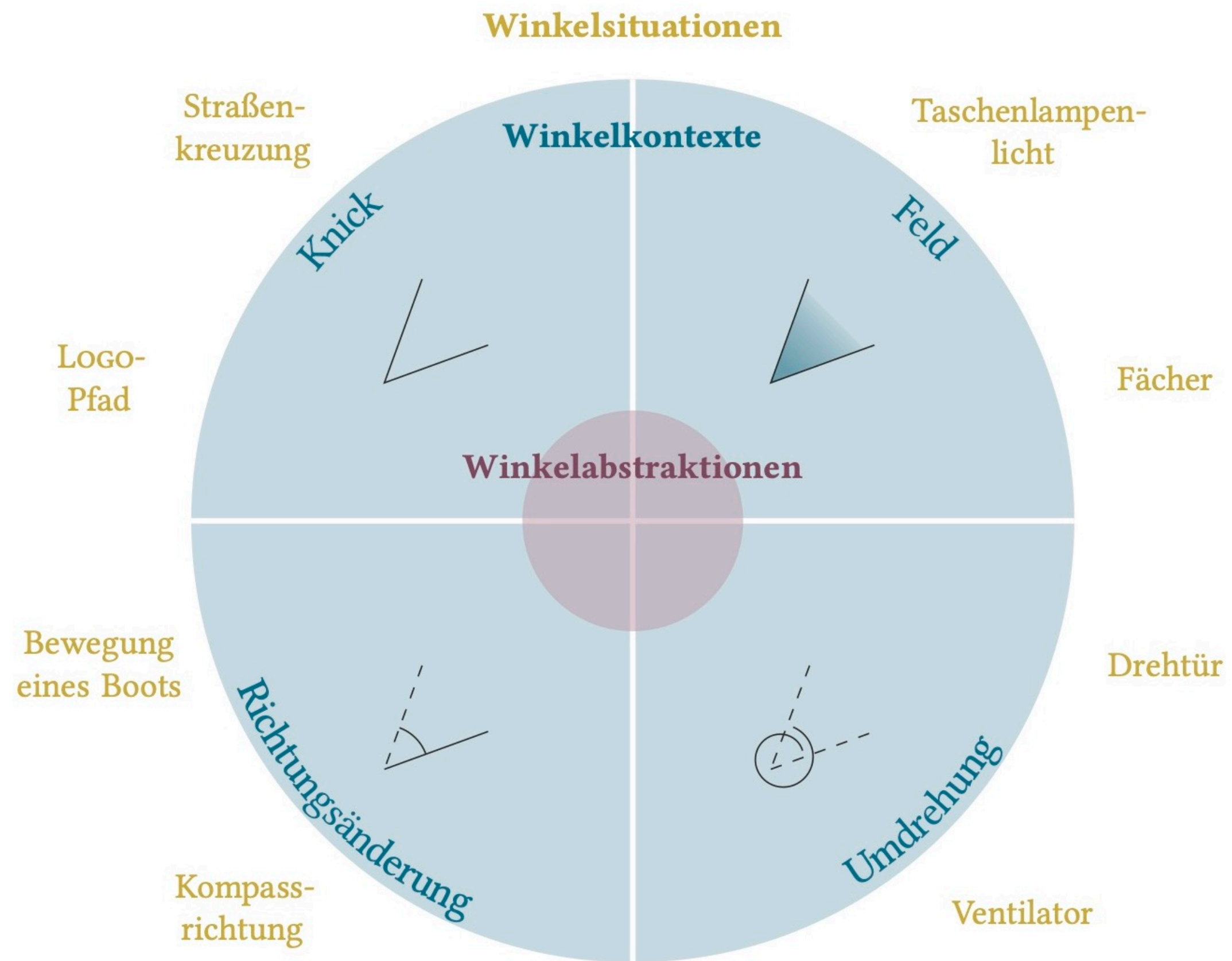
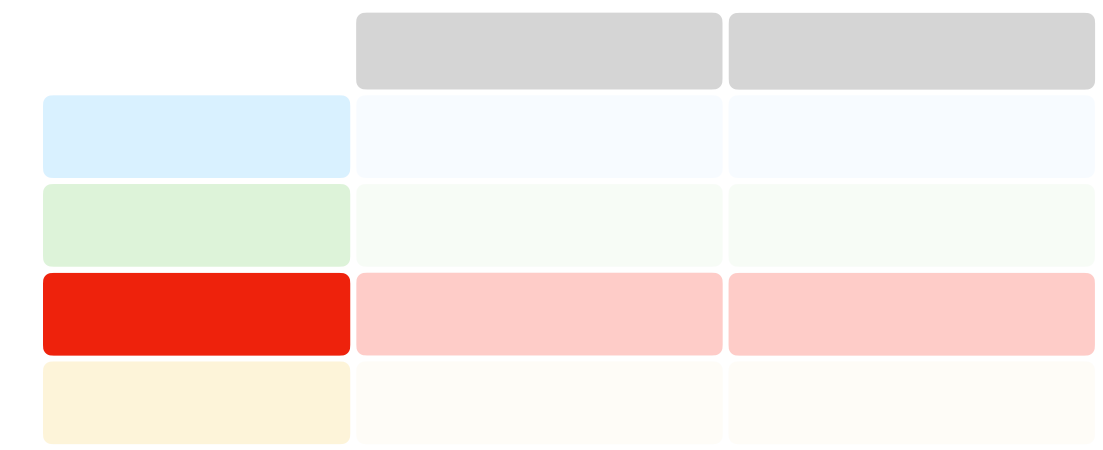
Bei einer Richtungsänderung kann der Scheitelpunkt als »Standpunkt« aufgefasst werden und die Schenkel beschreiben jeweils eine »Blickrichtung«.

Bei der Umdrehung ist der Scheitelpunkt das Drehzentrum, während die Schenkel als geometrische Objekte – also Strahlen – gar nicht eine so hohe Bedeutung erfahren. Vielmehr dienen sie als »Hilfsmittel«, den Anfangs- und Endzustand miteinander vergleichen zu können – interpretierbar als »Greifer« zur Durchführung der Drehung.

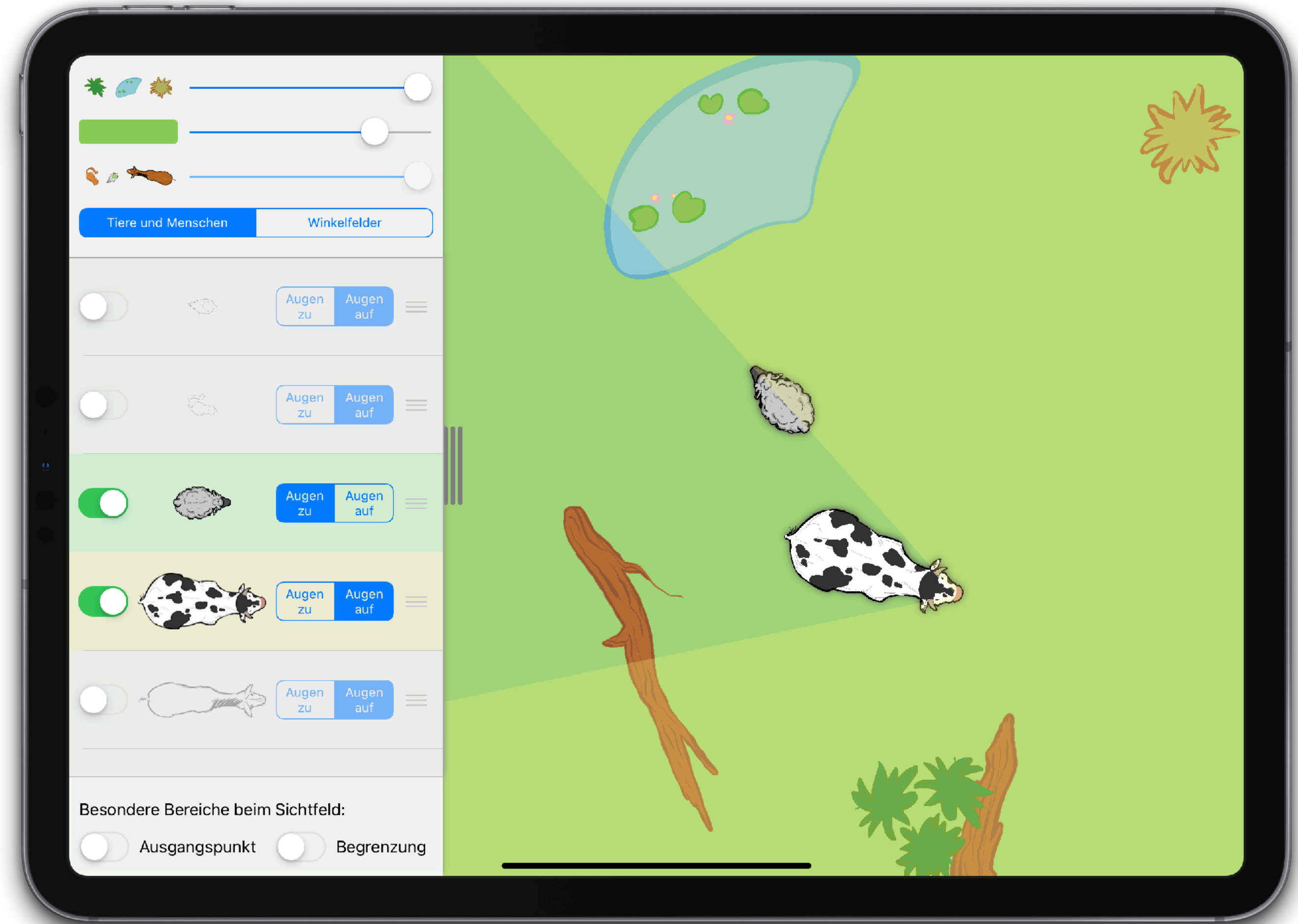
(Krainer, 1989, S. 387)

(Etzold, 2021, S. 53)

Mini-Beispiel: Winkel

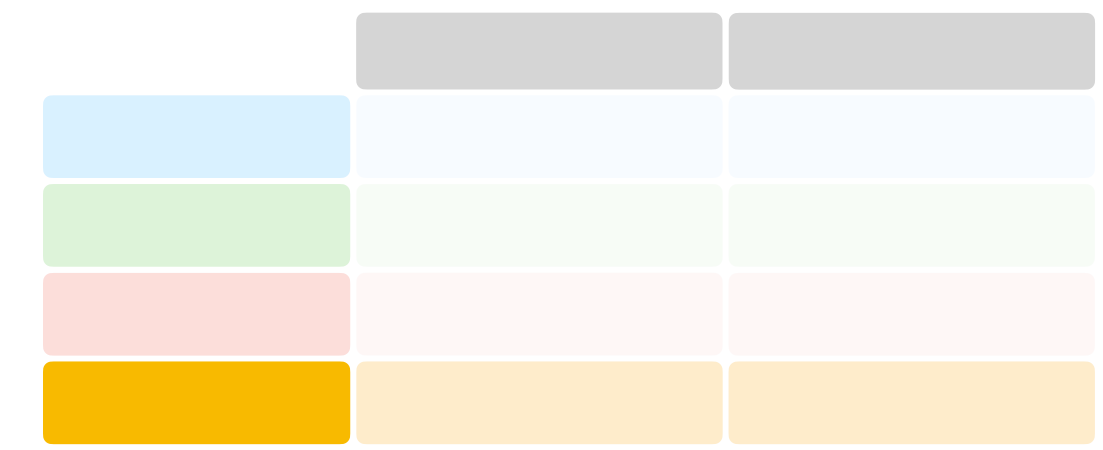


(Etzold, 2021, S. 70)



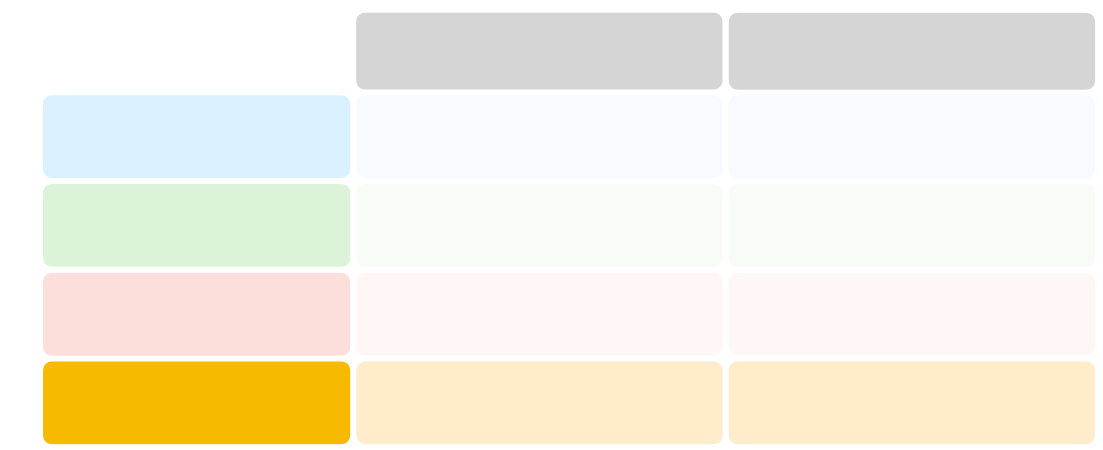
(Etzold, 2019a)

Mini-Beispiel: Winkel



(Etzold, 2019b, Foto: Christian Dohrmann)

Mini-Beispiel: Winkel

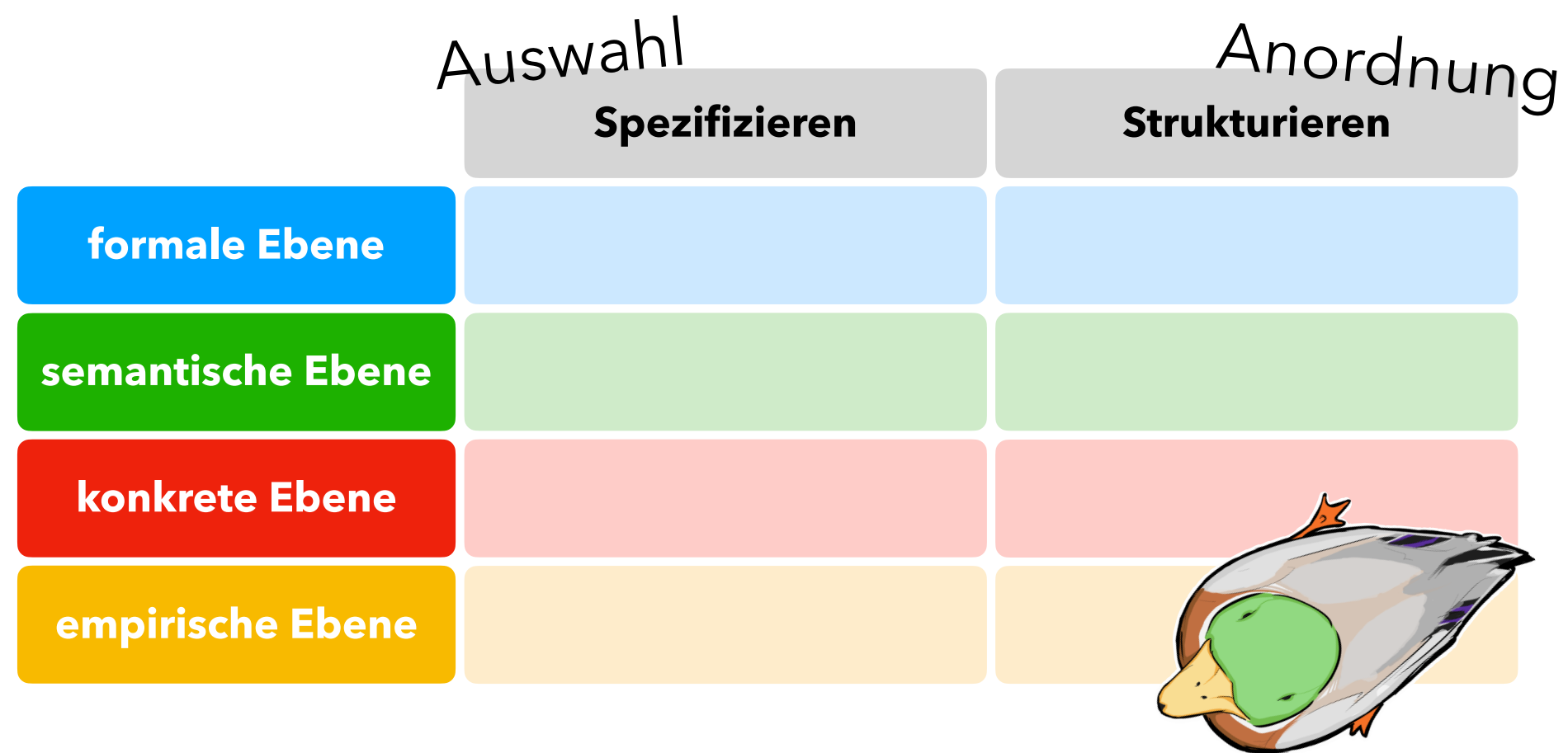
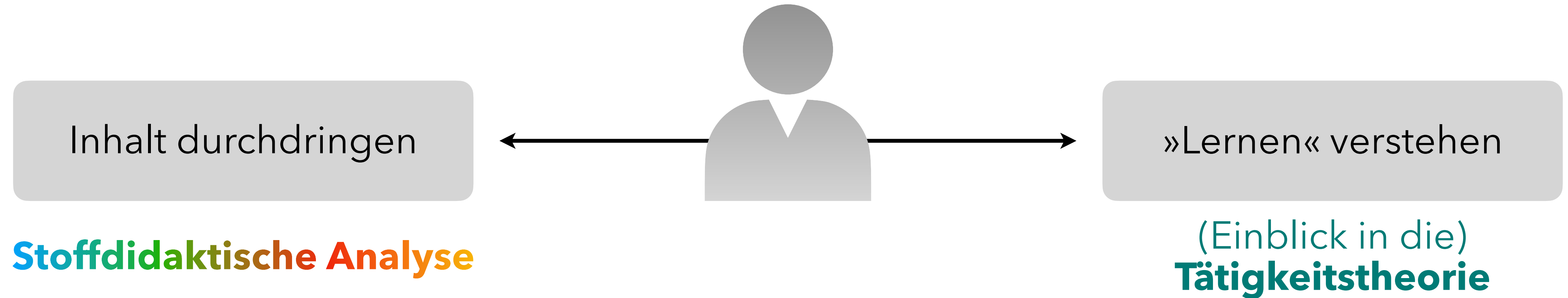


»Das Pferd soll auf dem Steinpflaster stehen, die Frau soll auf dem Pferd sitzen/stehen. Das Pferd guckt in Richtung der grünen Büsche, die Frau hat die Augen zu. Gleichzeitig versteckt sich die Katze unter der Kuh.«

(Etzold, 2021, S. 152)

Zusammenfassung

Kapitel 1 – Vier-Ebenen-Ansatz



Literatur

Etzold, H. (2019a). *Winkel-Farm* (Version 2) [App]. <https://apps.apple.com/de/app/winkel-farm/id1369585218>

Etzold, H. (2019b). Winkel-Farm – Leitfaden für Lehrerinnen und Lehrer (Version 2). Zenodo. <https://doi.org/10.5281/zenodo.4747700>

Etzold, H. (2021). *Neue Zugänge zum Winkelbegriff* [Dissertation, Universität Potsdam]. <https://doi.org/10.25932/publishup-50418>

Freudenthal, H. (1973). Mathematik als pädagogische Aufgabe (Bd. 2). Klett.

Hußmann, S., & Prediger, S. (2016). Specifying and Structuring Mathematical Topics: A Four-Level Approach for Combining Formal, Semantic, Concrete, and Empirical Levels Exemplified for Exponential Growth. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 37(S1), 33-67. <https://doi.org/10.1007/s13138-016-0102-8>

Krainer, K. (1989). Lebendige Geometrie. Überlegungen zu einem integrativen Verständnis von Geometrieunterricht anhand des Winkelbegriffs [Dissertation]. Alpen-Adria-Universität Klagenfurt.

Lompscher, J. (1985). Die Lerntätigkeit als dominierende Tätigkeit des jüngeren Schülers. In J. Lompscher (Hrsg.), *Persönlichkeitsentwicklung in der Lerntätigkeit* (S. 23-52). Volk und Wissen.

Mitchelmore, M. (1990). Psychologische und mathematische Schwierigkeiten beim Lernen des Winkelbegriffs. *mathematica didactica*, 13, 19-37.

Mitchelmore, M., & White, P. (1998). Development of Angle Concepts: A Framework for Research. *Mathematics Education Research Journal*, 10(3), 4-27.

Strehl, R. (1983). Anschauliche Vorstellung und mathematische Theorie beim Winkelbegriff. *mathematica didactica*, 6, 129-146.