Universität Potsdam – Wintersemester 2023/24

Stoffdidaktik Mathematik

Kapitel 13 – Didaktik der Geometrie

Stoffdidaktik Mathematik

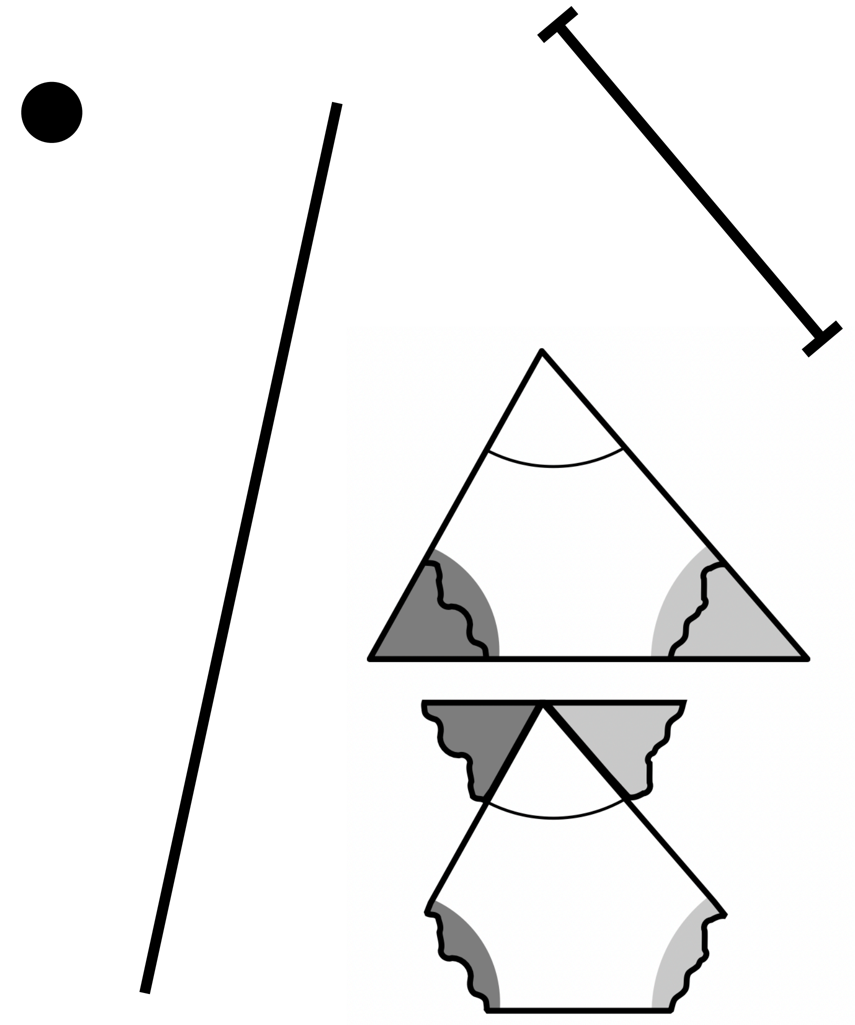
Kapitel 13 – Didaktik der Geometrie

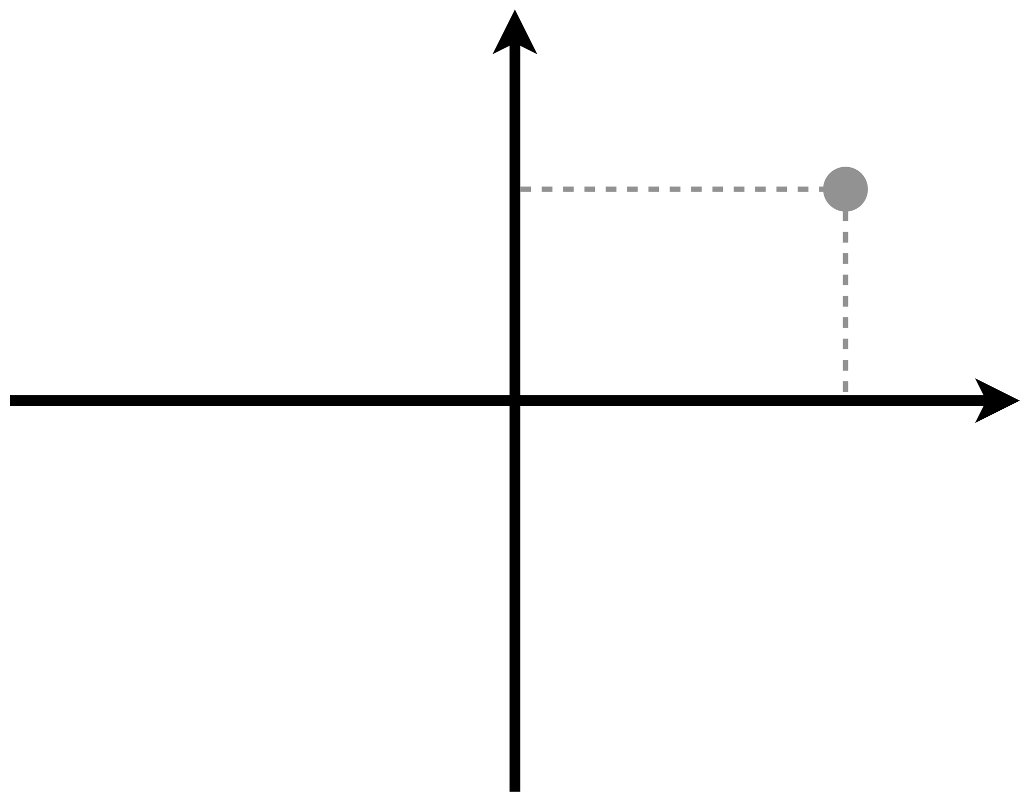
- Sie sind sich der Verbindungen von Geometrie, Linearer Algebra und Analytischer Geometrie bewusst.
- Sie kennen enaktive, ikonische und symbolische Herangehensweisen zur Behandlung von Lagebeziehungen.
- Sie kennen Besonderheiten im Einsatz von DGS bei der Behandlung geometrischer Fragestellungen (wie Zugstabilität, Spuren und Ortslinien).

Geometrie

Elementargeometrie → **Koordinatisierung** → **Analytische Geometrie**

Vektor als Verschiebung



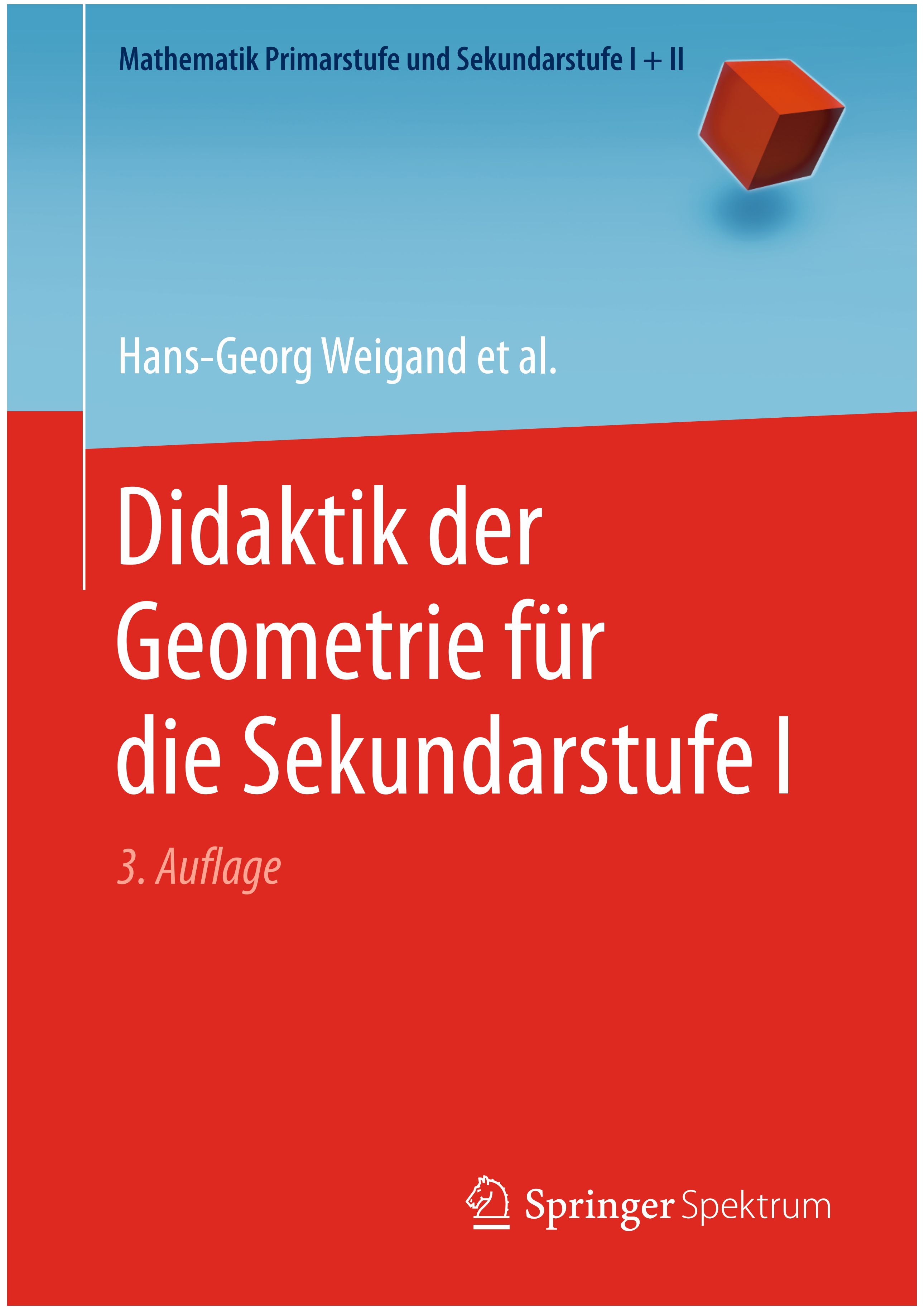


Vektor als n-Tupel

Lineare Algebra

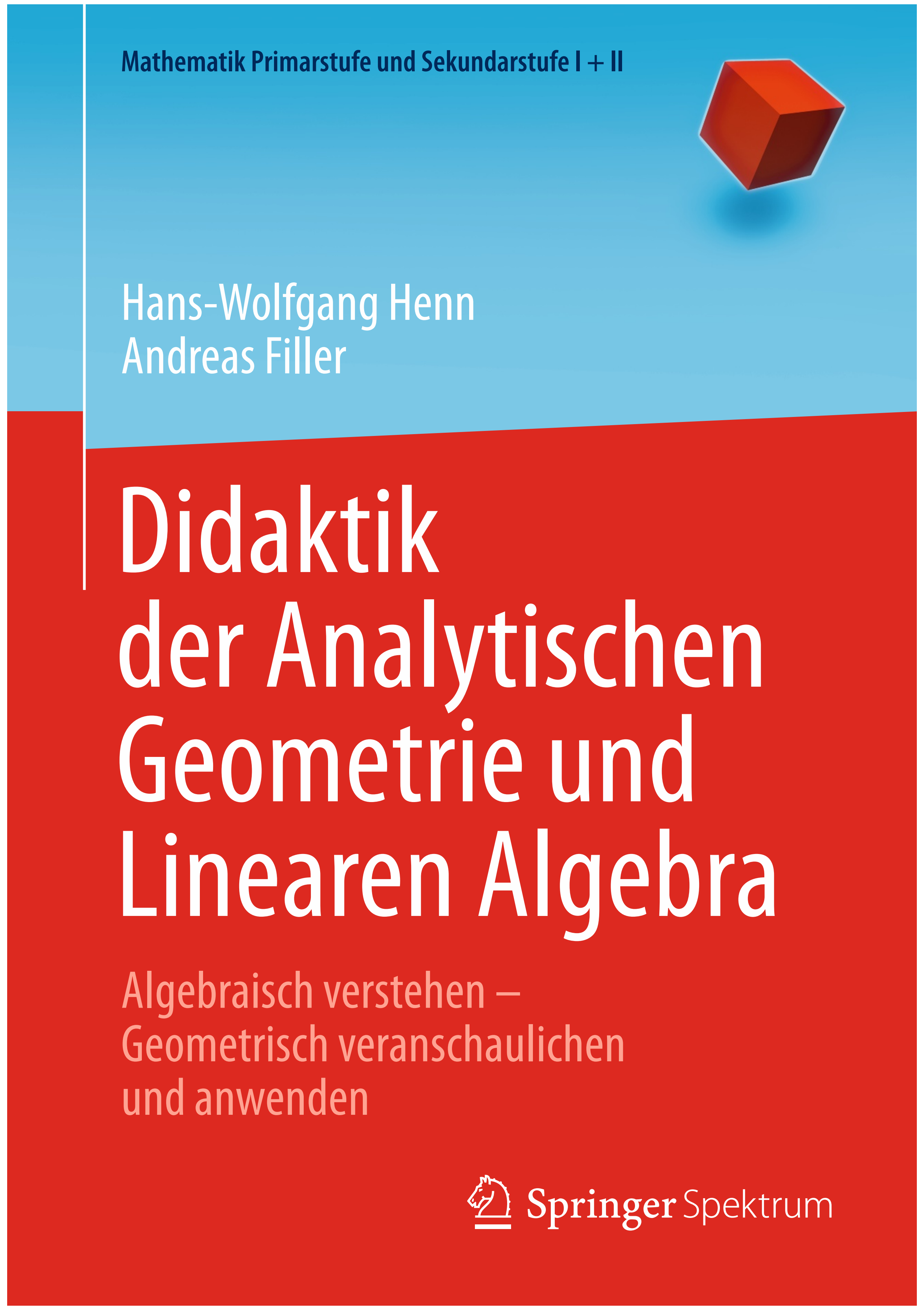
Vektor als Element eines Vektorraumes

Geometrie



(Weigand et al., 2018)

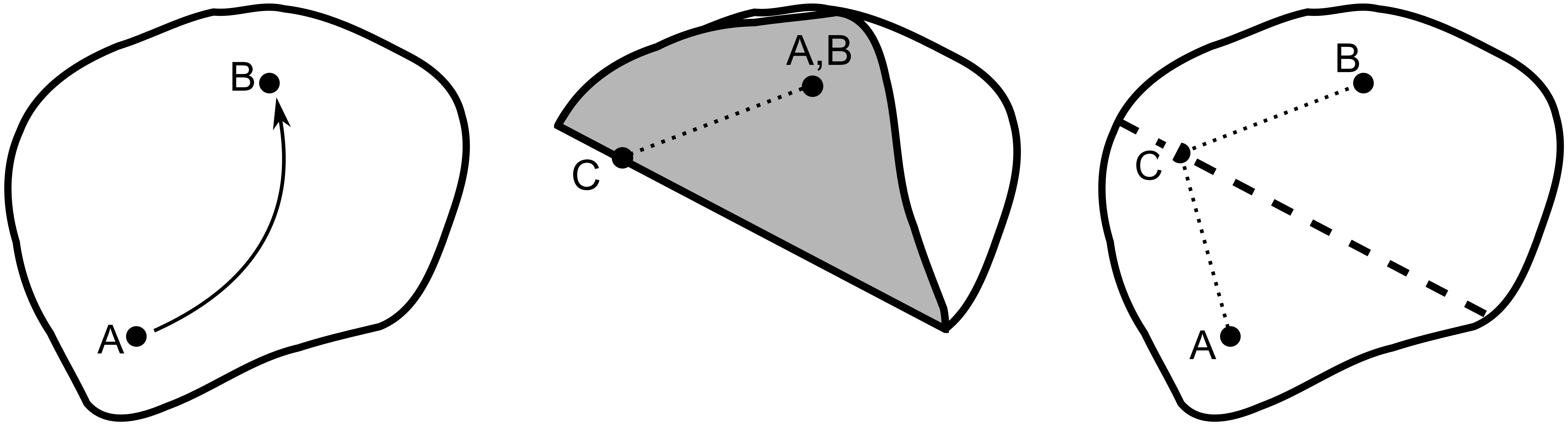
1. Ziele des Geometrieunterrichts
2. **Beweisen und Argumentieren**
3. **Konstruieren**
4. **Problemlösen**
5. **Begriffslernen und Begriffslehren**
6. Ebene Figuren und Körper
7. Flächeninhalt und Volumen
8. Symmetrie und Kongruenz
9. Ähnlichkeit
10. Trigonometrie
11. Geometrie und Geometrieunterricht



(Henn & Filler, 2015)

1. **Einführung: Analytische Geometrie/Lineare Algebra und Allgemeinbildung**
2. Lineare Gleichungssysteme
3. Der Vektorbegriff
4. Analytische Geometrie
5. Vertiefungen und Anwendungen der Analytischen Geometrie
6. Matrizen und affine Abbildungen
7. Ausblick

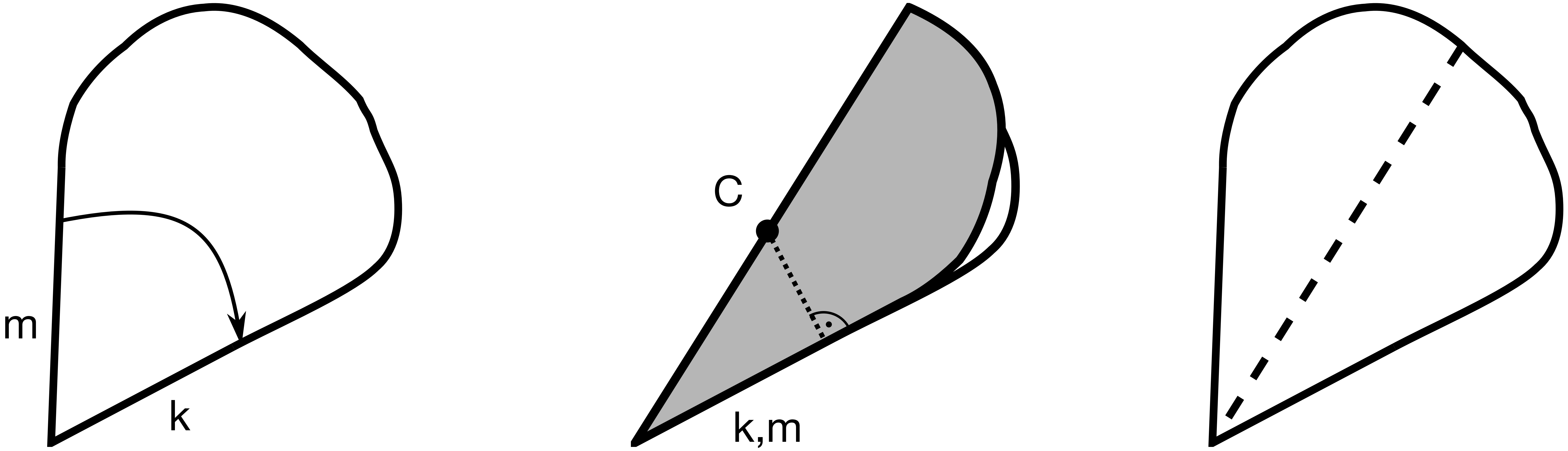
Lagebeziehungen



Mittelsenkrechte als Menge aller Punkte, die von zwei Punkten denselben Abstand haben

(Etzold & Petzschler, 2014, S. 5)

Lagebeziehungen

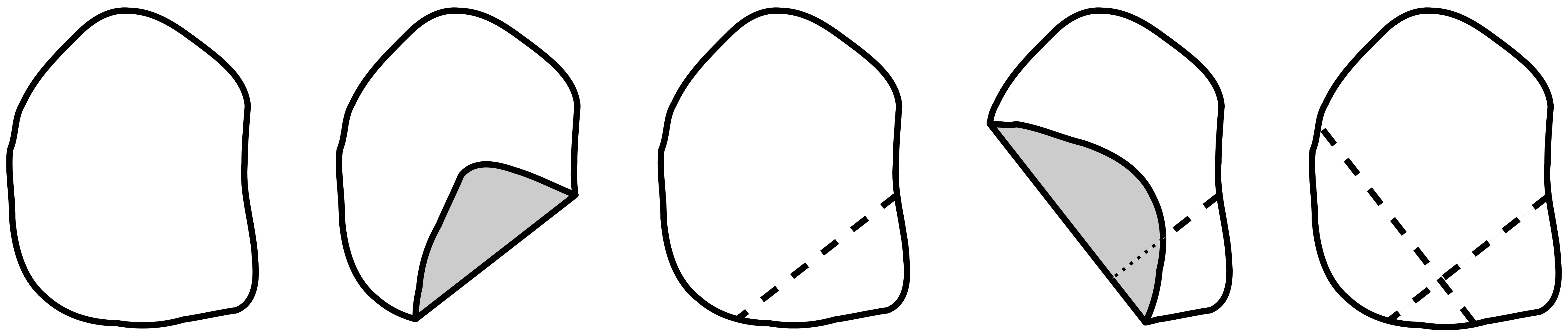


Winkelhalbierende als Menge aller Punkte, die von zwei Geraden denselben Abstand haben.

(Etzold & Petzschler, 2014, S. 5)

Lagebeziehungen

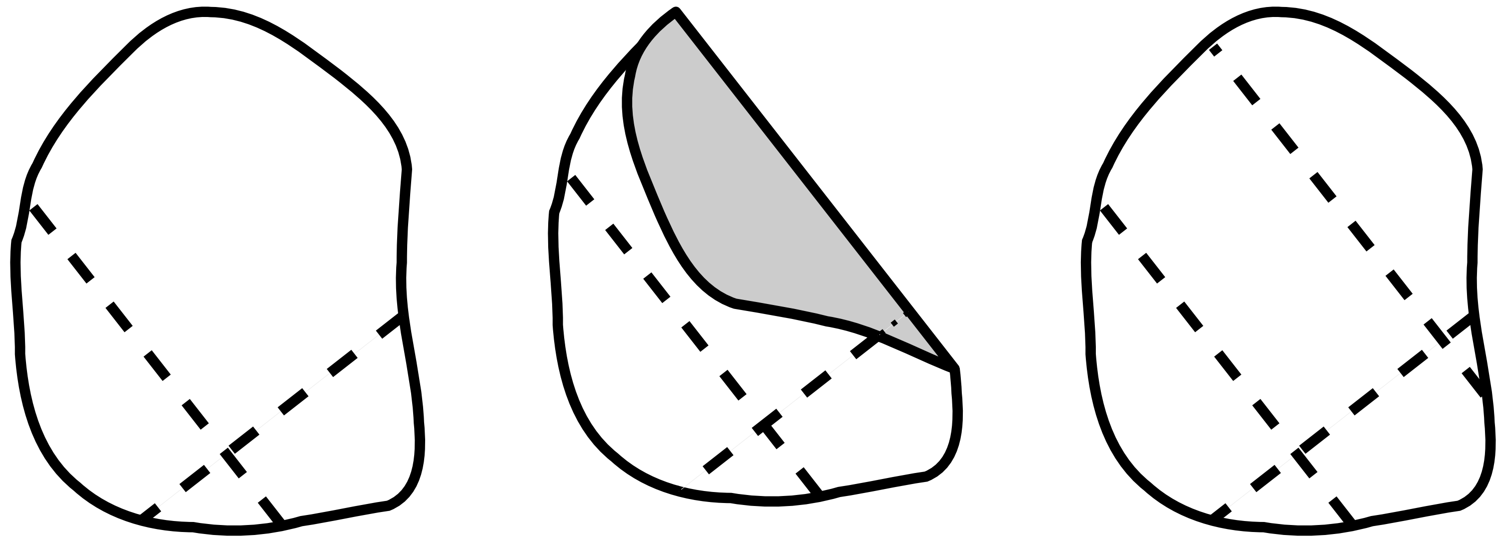
So werden zueinander senkrechte Linien gefaltet



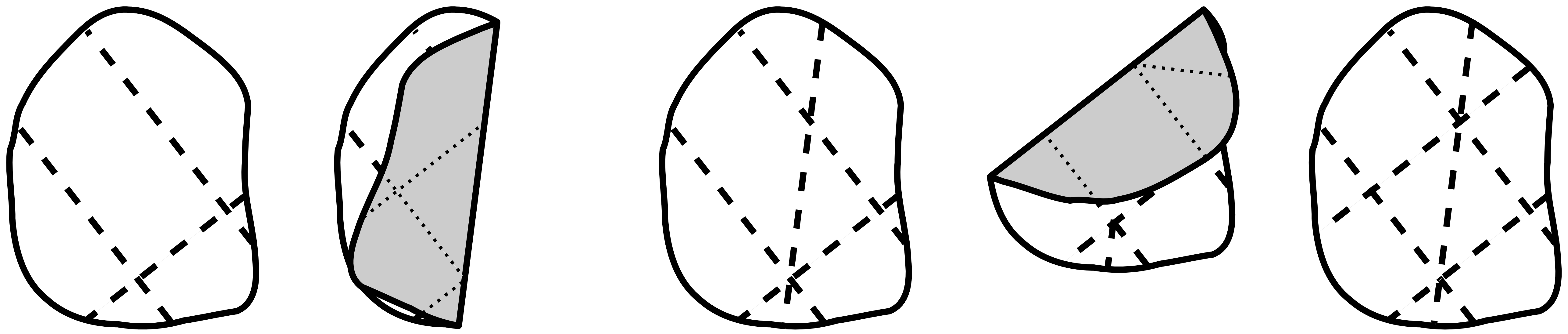
Erinnerung an die Theorie

- **Lernhandlung:** *Erkennen* (als mehrfaches *Identifizieren* und *Realisieren*) der geometrischen Konfiguration der Faltung
- **Analyse der Lernhandlung** unterstützt Aneignung geometrischen Wissens

So werden zueinander parallele Linien gefaltet
Sie entstehen als Senkrechte der Senkrechten (s. o.):



Und so wird ein Quadrat gefaltet

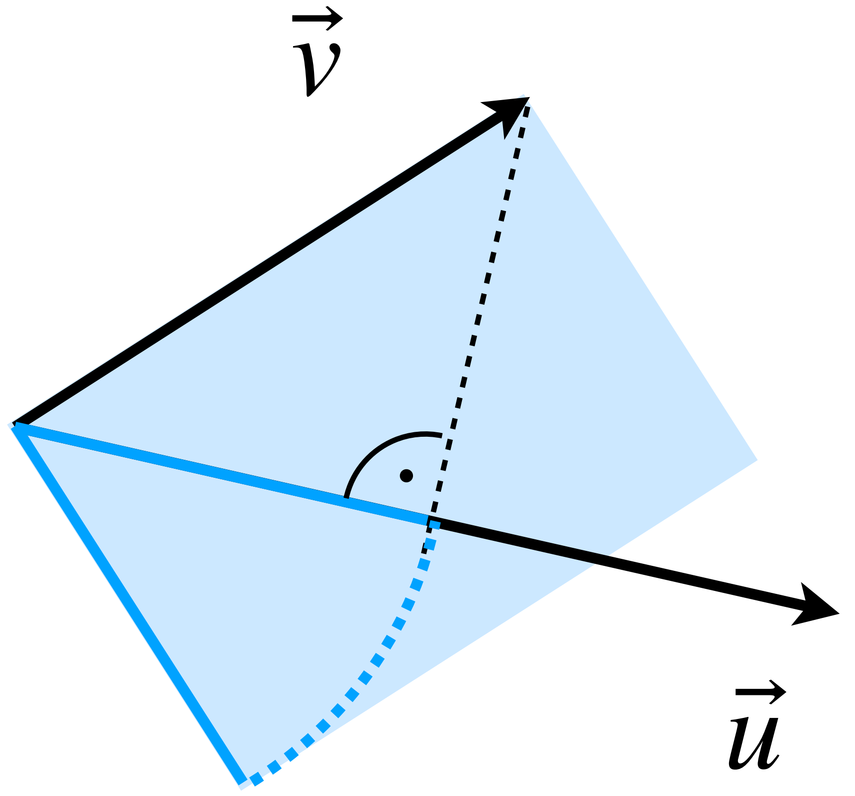


(Etzold & Petzschler, 2014, S. 10)

Lagebeziehungen

Skalarprodukt

geometrischer Zugang



$$\left\langle \vec{u}, \vec{v} \right\rangle = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos\left(\angle(\vec{u}, \vec{v})\right)$$

arithmetischer Zugang

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{pmatrix} \quad \vec{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_n \end{pmatrix}$$

$$\left\langle \vec{u}, \vec{v} \right\rangle = \sum_{i=1}^{n} u_i v_i$$

axiomatischer Zugang

positiv definite
symmetrische
Bilenearform

$$\left\langle \vec{u}, \vec{v} \right\rangle \geq 0 \quad \left\langle \vec{u}, \vec{u} \right\rangle = 0 \Leftrightarrow \vec{u} = \mathbf{0}$$

$$\left\langle \vec{u}, \vec{v} \right\rangle = \left\langle \vec{v}, \vec{u} \right\rangle$$

$$\left\langle \vec{u} + \vec{v}, \vec{w} \right\rangle = \left\langle \vec{u}, \vec{w} \right\rangle + \left\langle \vec{v}, \vec{w} \right\rangle$$

$$\left\langle \lambda\vec{u}, \vec{v} \right\rangle = \lambda \left\langle \vec{u}, \vec{v} \right\rangle$$

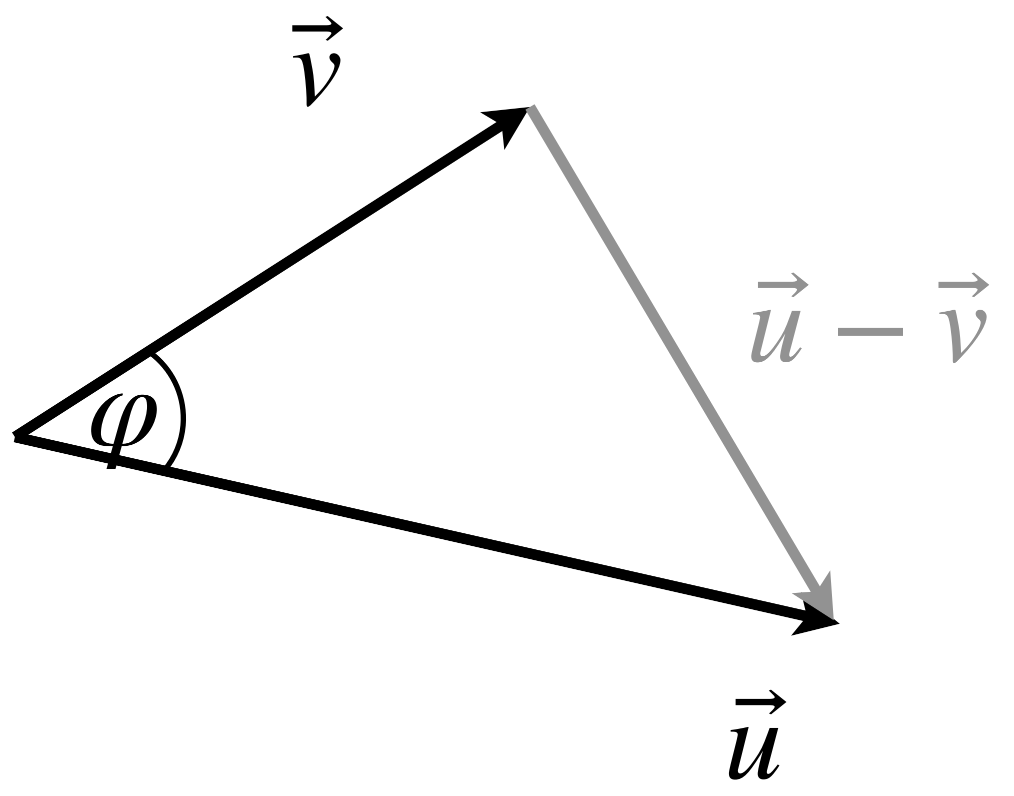
(Henn & Filler, 2015, 195 ff.)

Lagebeziehungen

Skalarprodukt

geometrischer Zugang

$$\langle \vec{u}, \vec{v} \rangle = \sum_{i=1}^{n} u_i v_i$$



$$|\vec{u}| = \sqrt{u_1^2 + \ldots + u_n^2}$$

$$|\vec{u} - \vec{v}|^2 = |\vec{u}|^2 + |\vec{v}|^2 - 2 \cdot |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos(\varphi)$$

$$\sum (u_i^2 - 2u_i v_i + v_i^2) = \sum u_i^2 + \sum v_i^2 - 2 \cdot |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos(\varphi)$$

$$\sum u_i v_i = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos(\varphi)$$

$$\cos(\varphi) = \frac{\sum u_i v_i}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}$$

(Henn & Filler, 2015, 195 ff.)

Lagebeziehungen

Skalarprodukt

Schreibweisen

$$\left\langle \vec{u}, \overrightarrow{w} \right\rangle$$

$$\vec{u} \circ \overrightarrow{w}$$

$$\vec{u} \bullet \overrightarrow{w}$$

$$\vec{u} \cdot \overrightarrow{w}$$

DGS-Einsatz

Dynamische Geometrie-Software

Tipp!

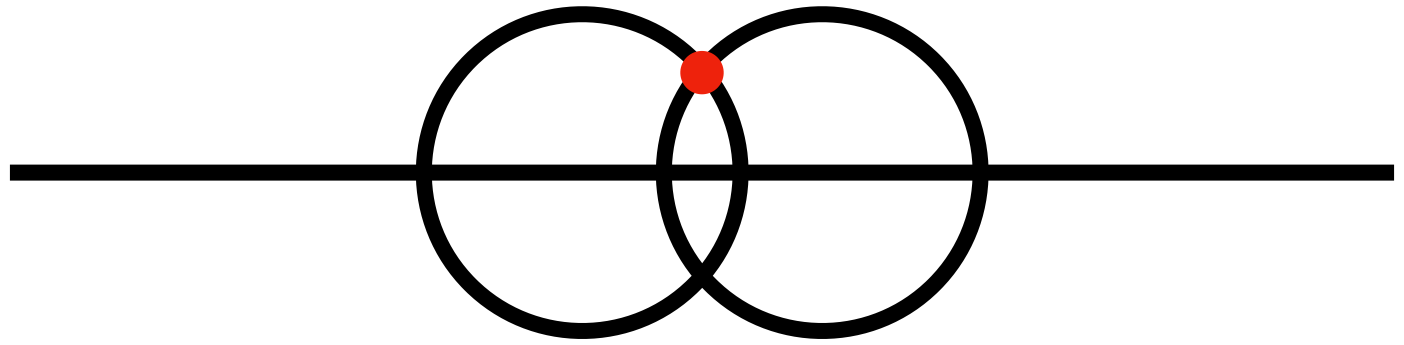
Euclidea

Zugstabilität

Figur (z. B. Parallelogramm) behält ihre Eigenschaften (Parallelität gegenüberliegender Seiten) auch dann, wenn einzelne Eckpunkte verschoben werden.

(vgl. Kortenkamp & Dohrmann, 2016)

deterministisches vs. kontinuierliches Verhalten

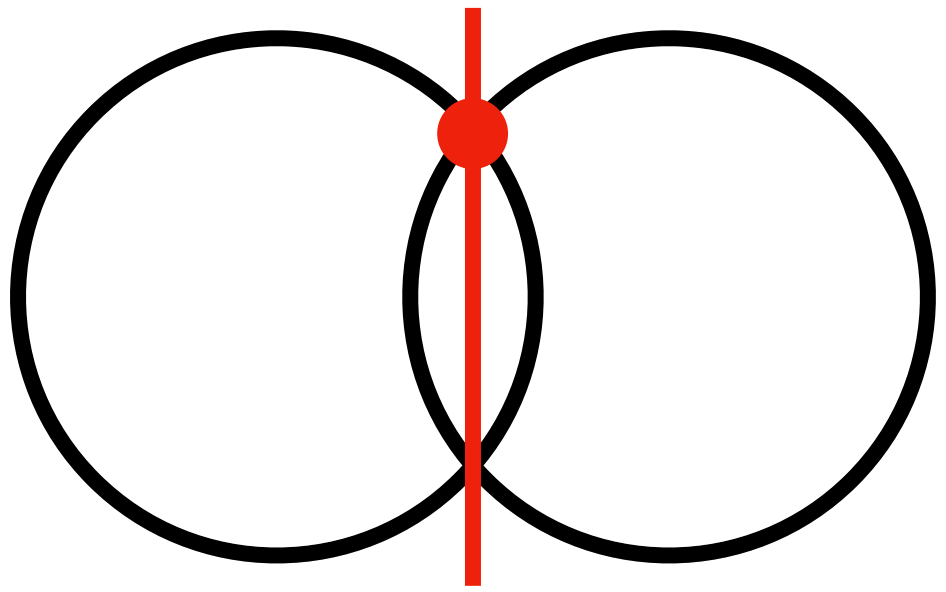


deterministisch: GeoGebra

kontinuierlich: Cinderella

(vgl. Labs, 2008, S. 57 ff.; Kortenkamp, 1999, S. 84 ff.)

Spuren und Ortslinien



Ortslinien als Menge aller Punkte, die eine bestimmte Eigenschaft erfüllen

Literatur

Adam, V., & Kleine, M. (2016). *Mathe.delta: Mathematik für das Gymnasium 7, Berlin/Brandenburg* (1. Auflage). C.C. Buchner.

Etzold, H., & Petzschler, I. (2014). *Mathe verstehen durch Papierfalten*. Verlag an der Ruhr.

Euclidea [Software]. https://www.euclidea.xyz

Henn, H.-W., & Filler, A. (2015). *Didaktik der Analytischen Geometrie und Linearen Algebra: Algebraisch verstehen – Geometrisch veranschaulichen und anwenden*. Springer Berlin Heidelberg. https://doi.org/10.1007/978-3-662-43435-2

Kortenkamp, U. (1999). *Foundations of Dynamic Geometry* [Dissertation, ETH Zurich]. https://doi.org/10.3929/ETHZ-A-003876663

Kortenkamp, U., & Dohrmann, C. (2016). Vorwärts-Rückwärts zum Begriff. Konstruktion und Re-Konstruktion von Zugfiguren. *mathematik lehren*, *196*, 18–21.

Labs, O. (2008). *Dynamische Geometrie: Grundlagen und Anwendungen*. https://oliverlabs.net/data/0708_DynGeo.pdf

Weigand, H.-G., Filler, A., Hölzl, R., Kuntze, S., Ludwig, M., Roth, J., Schmidt-Thieme, B., & Wittmann, G. (2018). *Didaktik der Geometrie für die Sekundarstufe I*. Springer Berlin Heidelberg. https://doi.org/10.1007/978-3-662-56217-8