

# Stoffdidaktik Mathematik

## Lerntätigkeit und Lernhandlungen

- Sie kennen Grundideen der Tätigkeitstheorie, insbesondere bezüglich Lehr-Lern-Prozesse.
- Sie können geeignete Lernhandlungen für Lerngegenstände formulieren.
- Sie kennen Möglichkeiten, wie Lernhandlungen in verschiedenen Unterrichtsphasen ausgebildet werden können.

# Lernumgebungen

**Lernen** mit

Aufgaben ~~und~~

Arbeitsmitteln

Arbeitsmittel »repräsentieren mathematische Objekte und erlauben zudem Handlungen oder Operationen mit diesen Objekten«.

Schmidt-Thieme & Weigand, 2015, S. 461 f.

Lernumgebungen für den Mathematikunterricht beinhalten

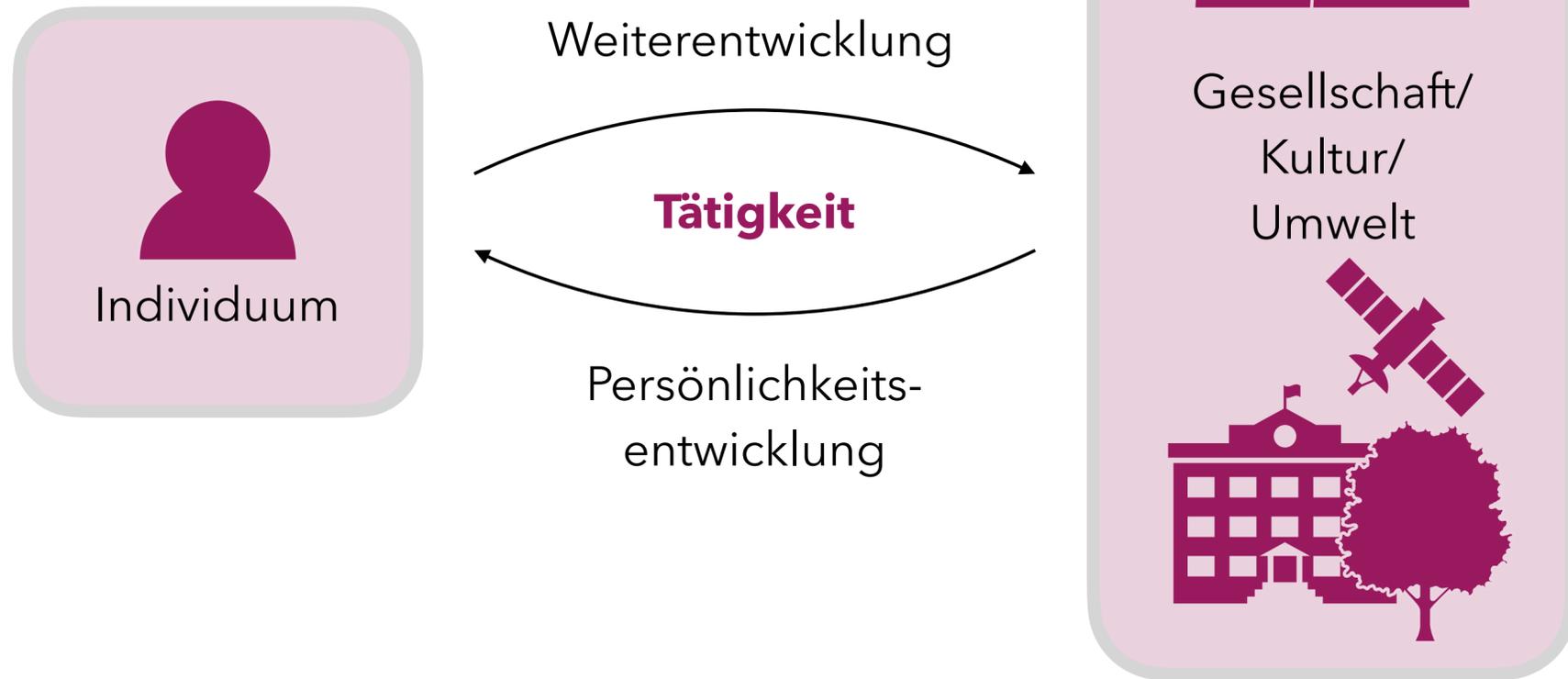
»i) ein nach bestimmten Prinzipien geordnetes System von **Aufgaben**,

ii) methodische **Organisationsformen** und

iii) **Stützsysteme**, wie z. B. Medien, Lehrerinterventionen und Kommunikationsformen.«

Leuders, 2015, S. 448

# Tätigkeitstheorie



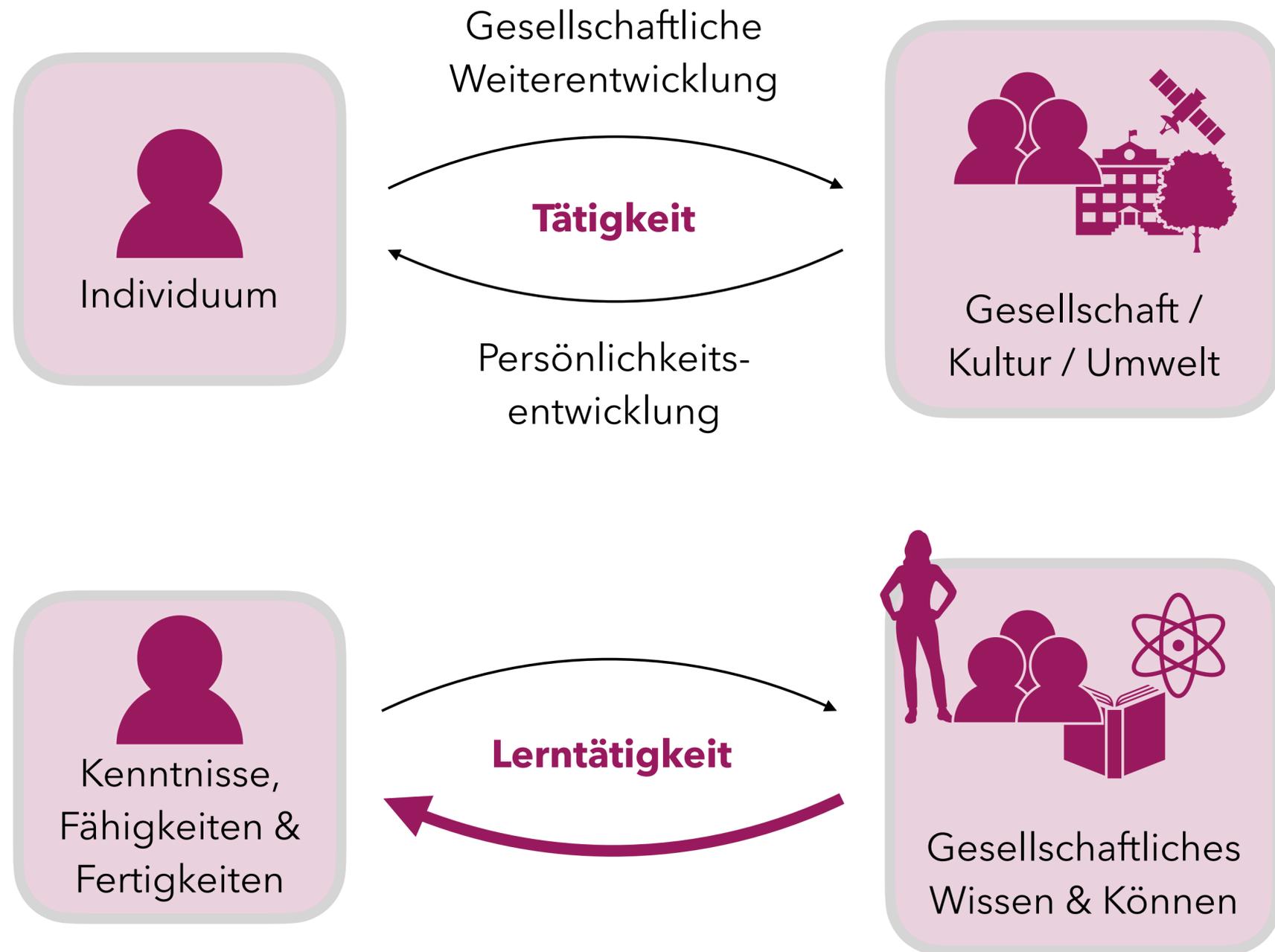
Der Mensch erschafft seine Kultur und zugleich die psychischen Funktionen, die ihn dazu in die Lage versetzen.



**VYGOTSKIJ** 1896 - 1934  
**VYGOTSKY**  
**WYGOTSKI**  
**ВЫГОТСКИЙ**  
**ВЫГОЦКІ**

CC-BY-SA 3.0, The Vygotsky Project,  
[https://de.wikipedia.org/wiki/Datei:Lev\\_Vygotsky\\_1896-1934.jpg](https://de.wikipedia.org/wiki/Datei:Lev_Vygotsky_1896-1934.jpg)

# Tätigkeitstheorie

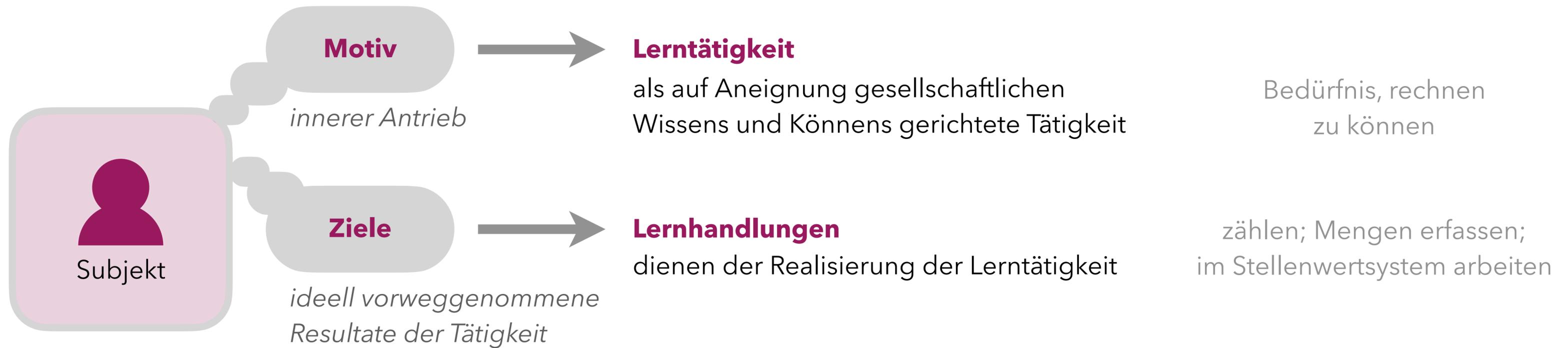


**Lerntätigkeit** kann man definieren als die speziell auf die **Aneignung gesellschaftlichen Wissens und Könnens**

(Lerngegenstände) gerichtete Tätigkeit, wozu spezifische Mittel (Lernmittel) unter speziell gestalteten Bedingungen eingesetzt werden müssen.

Lompscher, 2006, S. 67

# Tätigkeitstheorie



**Lernhandlungen** sind relativ geschlossene und abgrenzbare, zeitlich und logisch strukturierte Abschnitte im Verlauf der Lerntätigkeit, die ein **konkretes Lernziel realisieren**, durch bestimmte Lernmotive angetrieben werden und entsprechend den konkreten Lernbedingungen durch den Einsatz äußerer und verinnerlichter Lernmittel in einer jeweils spezifischen Folge von Teilhandlungen vollzogen werden.

Lompscher, 1983a, S. 46

# Typische Lernhandlungen im Mathematikunterricht

Bruder & Brückner, 1989

## Elementare Aneignungshandlungen

- **Identifizieren**
- Realisieren

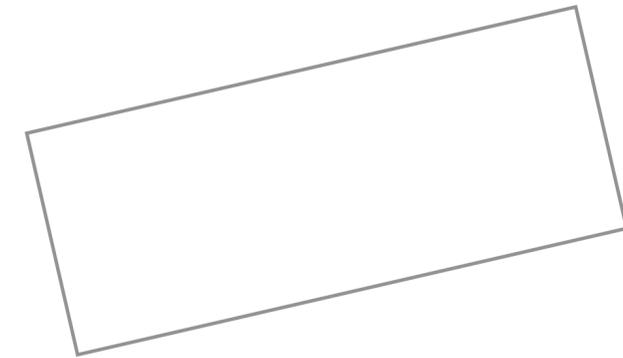
## Grundhandlungen

- Erkennen
- Beschreiben
- Verknüpfen
- Anwenden
- Begründen

## Komplexe Handlungen

- Suchen
- Planen
- Ausführen
- Kontrollieren

Entscheiden, ob es sich um ein Rechteck handelt



Einkreisen aller Stammbrüche

$$\frac{2}{5} \quad \frac{1}{8} \quad 0,23 \quad 1\frac{2}{7} \quad \frac{1}{50}$$

# Typische Lernhandlungen im Mathematikunterricht

Bruder & Brückner, 1989

## Elementare Aneignungshandlungen

- Identifizieren
- **Realisieren**

## Grundhandlungen

- Erkennen
- Beschreiben
- Verknüpfen
- Anwenden
- Begründen

## Komplexe Handlungen

- Suchen
- Planen
- Ausführen
- Kontrollieren

Zeichnen eines Quadrats mit der Seitenlänge  $a = 5 \text{ cm}$

Angeben der Ergebnismenge eines Würfelwurfes

# Typische Lernhandlungen im Mathematikunterricht

Bruder & Brückner, 1989

## Elementare Aneignungshandlungen

- Identifizieren
- Realisieren

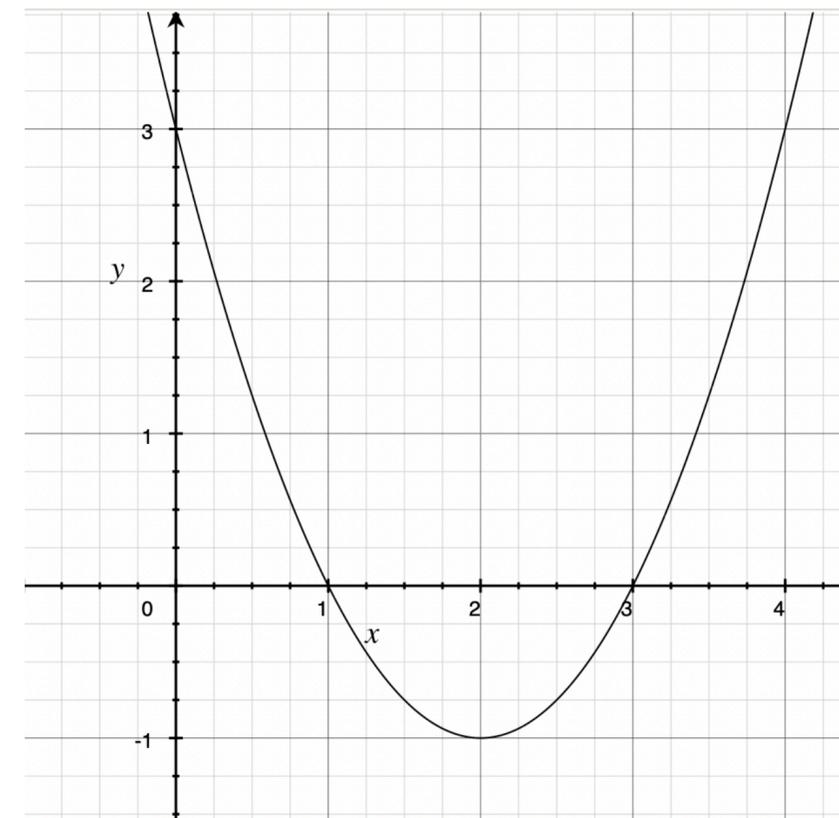
## Grundhandlungen

- **Erkennen**
- Beschreiben
- Verknüpfen
- Anwenden
- Begründen

## Komplexe Handlungen

- Suchen
- Planen
- Ausführen
- Kontrollieren

Ermitteln der Nullstellen  
aus dem Funktionsgraphen



# Typische Lernhandlungen im Mathematikunterricht

Bruder & Brückner, 1989

## Elementare Aneignungshandlungen

- Identifizieren
- Realisieren

## Grundhandlungen

- Erkennen
- **Beschreiben**
- Verknüpfen
- Anwenden
- Begründen

## Komplexe Handlungen

- Suchen
- Planen
- Ausführen
- Kontrollieren

Beschreiben, wie ein Kreis mit dem Radius  $r = 3 \text{ cm}$  gezeichnet wird

Beschreiben der Vorgehensweise beim Bestimmen der Nullstellen

# Typische Lernhandlungen im Mathematikunterricht

Bruder & Brückner, 1989

## Elementare Aneignungshandlungen

- Identifizieren
- Realisieren

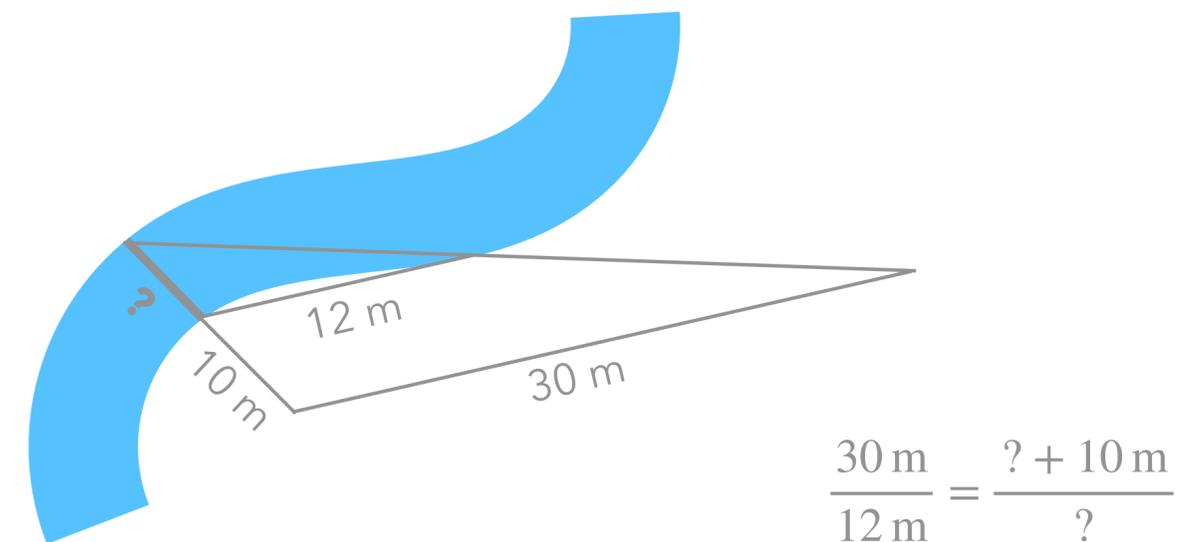
## Grundhandlungen

- Erkennen
- Beschreiben
- **Verknüpfen**
- Anwenden
- Begründen

## Komplexe Handlungen

- Suchen
- Planen
- Ausführen
- Kontrollieren

*Bestimme die Flussbreite.*



Verwenden von Strahlensatzfigur und Termumformungen zum Lösen der Aufgabe

# Typische Lernhandlungen im Mathematikunterricht

Bruder & Brückner, 1989

## Elementare Aneignungshandlungen

- Identifizieren
- Realisieren

## Grundhandlungen

- Erkennen
- Beschreiben
- Verknüpfen
- **Anwenden**
- Begründen

## Komplexe Handlungen

- Suchen
- Planen
- Ausführen
- Kontrollieren

Lösen des Gleichungssystems  
mit dem Einsetzungsverfahren

$$\begin{cases} 2x + y = 9 \\ x - y = 3 \end{cases}$$

Berechnen von  $2,75 \cdot 3,1$

# Typische Lernhandlungen im Mathematikunterricht

Bruder & Brückner, 1989

## Elementare Aneignungshandlungen

- Identifizieren
- Realisieren

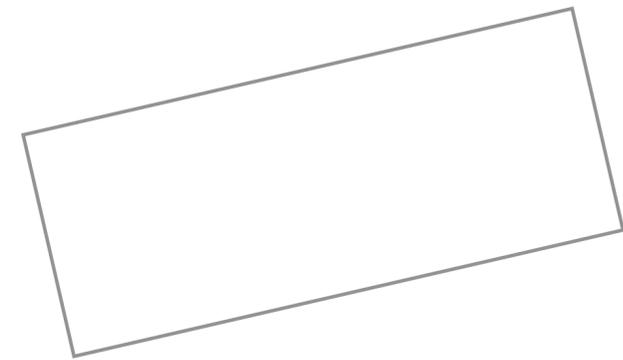
## Grundhandlungen

- Erkennen
- Beschreiben
- Verknüpfen
- Anwenden
- **Begründen**

## Komplexe Handlungen

- Suchen
- Planen
- Ausführen
- Kontrollieren

Begründen, warum es sich um ein Rechteck handelt



Begründen, warum die Summe von drei aufeinanderfolgenden Zahlen wieder durch 3 teilbar ist

# Typische Lernhandlungen im Mathematikunterricht

Bruder & Brückner, 1989

## Elementare Aneignungshandlungen

- Identifizieren
- Realisieren

## Grundhandlungen

- Erkennen
- Beschreiben
- Verknüpfen
- Anwenden
- Begründen

## Komplexe Handlungen

- **Suchen**
- Planen
- Ausführen
- Kontrollieren

*Wie viele Luftballons passen in diesen Raum?*

Suchen des Lösungsansatzes,  
die Situation geometrisch zu  
modellieren

# Typische Lernhandlungen im Mathematikunterricht

Bruder & Brückner, 1989

## Elementare Aneignungshandlungen

- Identifizieren
- Realisieren

## Grundhandlungen

- Erkennen
- Beschreiben
- Verknüpfen
- Anwenden
- Begründen

## Komplexe Handlungen

- Suchen
- **Planen**
- Ausführen
- Kontrollieren

*Wie viele Luftballons passen in diesen Raum?*

1. Modellieren des Raums als Quader und der Luftballons als Kugeln
2. Schätzen/Messen der Größen
3. Nutzen der Volumenformeln
4. Inbeziehungsetzen der Volumina

# Typische Lernhandlungen im Mathematikunterricht

Bruder & Brückner, 1989

## Elementare Aneignungshandlungen

- Identifizieren
- Realisieren

## Grundhandlungen

- Erkennen
- Beschreiben
- Verknüpfen
- Anwenden
- Begründen

## Komplexe Handlungen

- Suchen
- Planen
- **Ausführen**
- Kontrollieren

*Wie viele Luftballons passen in diesen Raum?*

Handlungsvollzug des Plans

# Typische Lernhandlungen im Mathematikunterricht

Bruder & Brückner, 1989

## Elementare Aneignungshandlungen

- Identifizieren
- Realisieren

## Grundhandlungen

- Erkennen
- Beschreiben
- Verknüpfen
- Anwenden
- Begründen

## Komplexe Handlungen

- Suchen
- Planen
- Ausführen
- **Kontrollieren**

*Wie viele Luftballons passen in diesen Raum?*

Validieren des Ergebnisses;  
ggf. Entscheidung zu weiterem  
Durchgang des Modellierungs-  
kreislaufes

# Lernhandlungen ausbilden

Anknüpfen

sinnstiftender  
Kontext

Kernideen/Kernfragen als  
Orientierung für  
Formulierung

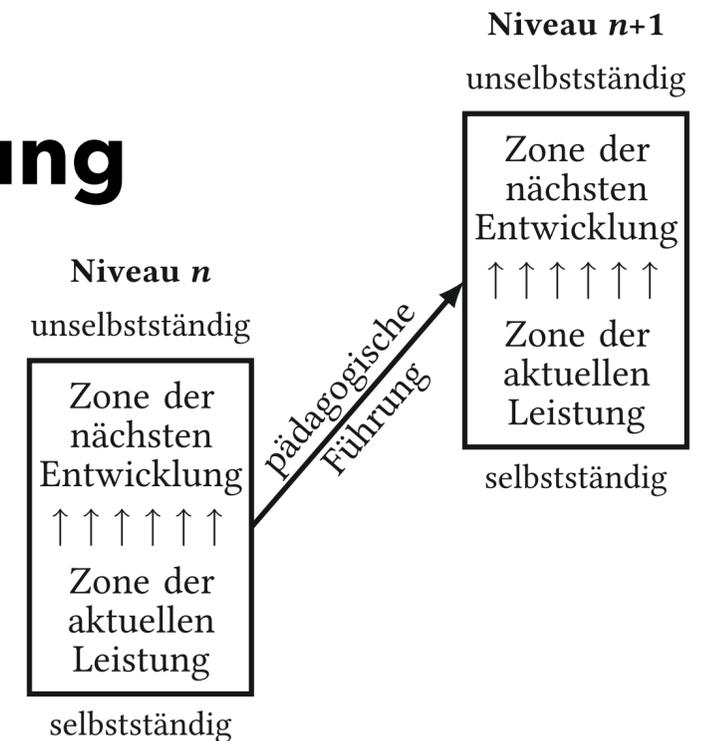
## Anforderungssituation in der Zone der nächsten Entwicklung

Problemsituation, Aufgabe oder Fragestellung, die die Schülerinnen und Schüler zwar mithilfe ihrer bisherigen Kenntnisse, Fähigkeiten und Fertigkeiten verstehen und nachvollziehen können, zu ihrer Lösung sie jedoch noch nicht *selbstständig* in der Lage sind.

## Herausarbeiten von Lernzielen

Ziele aus Sicht der Schülerinnen und Schüler, auf die sich im individuellen Lernprozess auch bezogen werden können muss;  
explizite Formulierung

Tätigkeitstheoretische  
Aspekte



Lompscher, 1983b, S. 26

# Lernhandlungen ausbilden

*Tätigkeitstheoretische  
Aspekte*

Anknüpfen

Erkunden

## Bilden einer Orientierungsgrundlage

### I) Probierorientierung

- Fehlen der nötigen Kenntnisse, Fähigkeiten oder Fertigkeiten
- Vorgehen nach Versuch und Irrtum
- Fehlende Einsicht, warum eine bestimmte Handlung zum Erfolg geführt hat, eine andere jedoch nicht
- erfolgreiche Handlung nicht immer reproduzierbar / kaum auf veränderte Situationen übertragbar
- derartige Orientierung höchstens zum Explorieren neuer Inhaltsbereiche wünschenswert

### II) Musterorientierung

### III) Feldorientierung

Feldt-Caesar, 2017, S. 83 ff.

# Lernhandlungen ausbilden

*Tätigkeitstheoretische  
Aspekte*

Anknüpfen

Erkunden

## Bilden einer Orientierungsgrundlage

### I) Probierorientierung

### II) Musterorientierung

- Orientierung an bereits erfolgreich durchgeführten Handlungen in ähnlichen Anforderungssituationen
- nur erfolgreich, wenn Anforderungssituation erlerntem Muster ähnlich genug ist, um Passung zu ermöglichen
- Handlungsbedingungen des Musters müssen genau gekannt und stets geprüft werden
- Transferierbarkeit nicht immer gegeben, insb. bei fälschlicher Erkennung eines Musters

### III) Feldorientierung

Feldt-Caesar, 2017, S. 83 ff.

# Lernhandlungen ausbilden

*Tätigkeitstheoretische  
Aspekte*

Anknüpfen

Erkunden

*Kernideen in  
Vorschauperspektive*  
*Explizitmachen  
Fundamentaler Ideen*

## Bilden einer Orientierungsgrundlage

I) **Probierorientierung**

II) **Musterorientierung**

III) **Feldorientierung**

- nicht mehr an konkrete Anforderungssituation gebunden; Bezug auf ganze Anforderungsklasse
- Erkennen der Passung einer Anforderungsklasse führt zu Orientierung in konkreter Situation
- Überblick über die Situation und differenzierende Betrachtung, welche Kenntnisse, Fähigkeiten und Fertigkeiten weiterhelfen und welche nicht

Feldt-Caesar, 2017, S. 83 ff.

# Lernhandlungen ausbilden

Tätigkeitstheoretische  
Aspekte

Erkunden

Ordnen

Vertiefen

## Ausführen & Verinnerlichen von Handlungen

Lernhandlungen müssen *verinnerlicht* werden, damit sie flexibel zur Verfügung stehen – auch um komplexere Handlungen aufbauen zu können.

### Etappe der materiellen bzw. materialisierten Handlung

- Handlungen mit konkretem Material bzw. (auch digitalen) Repräsentationen des Lerngegenstands.

### Etappe der sprachlichen Handlung

- Handlungen werden durch äußeres (oder inneres) Sprechen beschrieben.

### Etappe der geistigen Handlung

- Handlungen werden nun rein kognitiv durchgeführt.

# Lernhandlungen ausbilden

Tätigkeitstheoretische  
Aspekte

Erkunden

Ordnen

Vertiefen

## Ausführen & Verinnerlichen von Handlungen

1. Etappe der materiellen  
bzw. materialisierten  
Handlung

Realisierung z.B. durch:

- Umgang mit Modellen, Schemata, Zeichnungen, realen Gegenständen u.ä. (bzw. Bau von Modellen, Anfertigen von Skizzen, ...)
- Verwendung von Symbolen
- Verwendung von Tabellen und Übersichten

2. Etappe der sprachlichen  
Handlung

- Kommentierendes Lösen unter zunehmender Zurückdrängung schriftlicher Orientierungsmaterialien
- Chorsprechen
- Schülervortrag
- Wiederholen von Merksätzen u.ä.
- Korrektur sprachlicher Äußerungen

3. Etappe der geistigen  
Handlung

- Stillarbeit (selbständiges Lösen von Aufgaben ohne detaillierte Anleitung, im Prinzip nur Ergebniskontrolle)
- mündliches oder schriftliches Formulieren von Antworten (evtl. Ausfüllen von Lückentexten).

Grundvorstellungen  
ausbilden

*Das Kind handelt am geeigneten Material.*

- 1 Die mathematische Bedeutung der Handlung wird beschrieben. Zentral: Versprachlichen der Handlung und der mathematischen Symbole.

*Das Kind beschreibt die Materialhandlung mit Sicht auf das Material.*

- 2 Es handelt jedoch nicht mehr selbst, sondern diktiert einem Partner die Handlung und kontrolliert den Handlungsprozess durch Beobachtung.

*Das Kind beschreibt die Materialhandlung ohne Sicht auf das Material.*

- 3 Für die Beschreibung der Handlung ist es darauf angewiesen, sich den Prozess am Material vorzustellen.

*Das Kind arbeitet auf symbolischer Ebene, übt und automatisiert.*

- 4 Gegebenenfalls wird die entsprechende Handlung in der Vorstellung aktiviert.

Wartha & Schulz, 2011, S. 11

Steinhöfel et al., 1988, S. 19

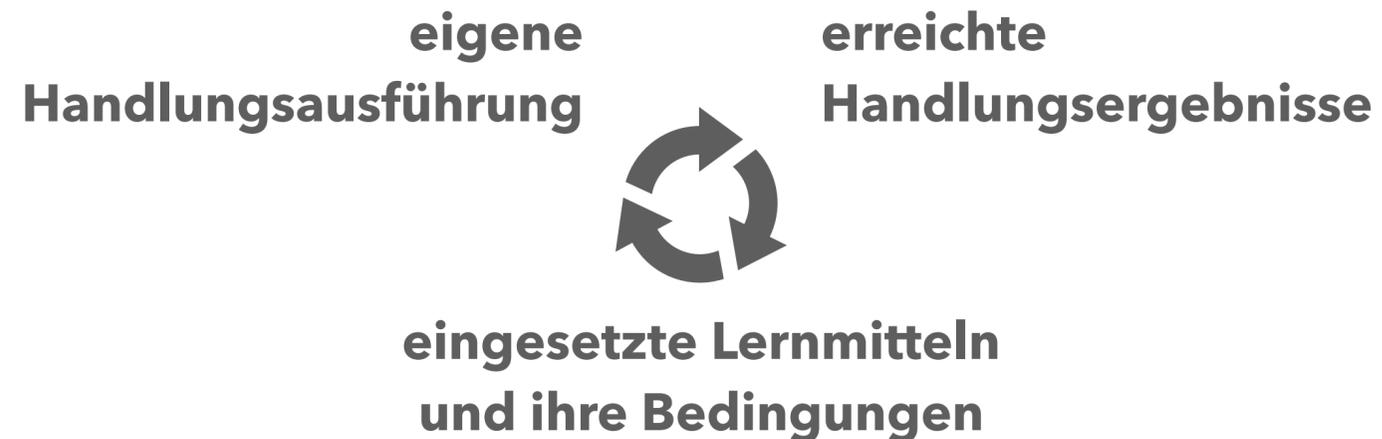
# Lernhandlungen ausbilden

*Tätigkeitstheoretische  
Aspekte*

Ordnen

Vertiefen

## Handlungskontrolle



*Kernideen in  
Rückschauperspektive*

### Unterstützende Maßnahmen

- Lernziele explizit formulieren und auch festzuhalten  
> Abgleich mit Handlungsergebnissen besser möglich
- Anfertigen eines Lernprotokolls  
> eigenen Lernhandlungen dokumentier- und nachvollziehbar
- gegenseitige Kontrolle der Schülerinnen und Schüler  
> durch Verinnerlichung dieses Vorgehens später auch Selbstkontrolle

*Ziel: langfristig  
Feldorientierung ausbilden*

# Lernhandlungen ausbilden

*Tätigkeitstheoretische  
Aspekte*

Anknüpfen

**sinnstiftender  
Kontext**

Anforderungssituation in der  
Zone der nächsten Entwicklung

Herausarbeiten von Lernzielen

Erkunden

**Kernideen/Kernfragen als  
Orientierung für Formulierung**

Bilden einer  
Orientierungsgrundlage

Ordnen

**Kernideen in Vorschau-  
perspektive** **Explizitmachen  
Fundamentaler Ideen**

Ausführen und Verinnerlichen  
von Handlungen

Vertiefen

**Grundvorstellungen  
ausbilden**

**Kernideen in  
Rückschauperspektive**

Handlungskontrolle

Prediger et al., 2015

- Bruder, R., & Brückner, A. (1989). Zur Beschreibung von Schülertätigkeiten im Mathematikunterricht – ein allgemeiner Ansatz. *Pädagogische Forschung. Wissenschaftliche Nachrichten*, 30(6), 72–82.
- Feldt-Caesar, N. (2017). *Konzeptualisierung und Diagnose von mathematischem Grundwissen und Grundkönnen*. Springer Fachmedien Wiesbaden. <https://doi.org/10.1007/978-3-658-17373-9>
- Hußmann, S., & Prediger, S. (2016). Specifying and Structuring Mathematical Topics: A Four-Level Approach for Combining Formal, Semantic, Concrete, and Empirical Levels Exemplified for Exponential Growth. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 37(S1), 33–67. <https://doi.org/10.1007/s13138-016-0102-8>
- Leuders, T. (2015). Aufgaben in Forschung und Praxis. In R. Bruder, L. Hefendehl-Hebeker, B. Schmidt-Thieme, & H.-G. Weigand (Hrsg.), *Handbuch der Mathematikdidaktik* (S. 435–460). Springer Berlin Heidelberg. <https://doi.org/10.1007/978-3-642-35119-8>
- Leuders, T., Hußmann, S., Barzel, B., & Prediger, S. (2011). Das macht Sinn! Sinnstiftung mit Kontexten und Kernideen. *Praxis der Mathematik in der Schule*, 53(37), 2–9. <https://www.researchgate.net/publication/233978329>
- Lompscher (1983a). Die Ausbildung von Lernhandlungen. In J. Lompscher (Hrsg.), *Persönlichkeitsentwicklung in der Lerntätigkeit* (S. 53–78). Volk und Wissen.
- Lompscher, J. (1983b). Die Lerntätigkeit als dominierende Tätigkeit des jüngeren Schülers. In J. Lompscher (Hrsg.), *Persönlichkeitsentwicklung in der Lerntätigkeit* (S. 23–52). Volk und Wissen.

Lompscher, J. (2006). *Tätigkeit Lerntätigkeit Lehrstrategie. Die Theorie der Lerntätigkeit und ihre empirische Erforschung* (H. Giest & G. Rückriem, Hrsg.). Lehmanns Media.

Prediger, S., Hußmann, S., Leuders, T., & Barzel, B. (2015). Kernprozesse - Ein Modell zur Strukturierung von Unterrichtsdesign und Unterrichtshandeln. In I. Bausch, G. Pinkernell, & O. Schmitt (Hrsg.), *Unterrichtsentwicklung und Kompetenzorientierung. Festschrift für Regina Bruder* (S. 81-92). WTM. [https://www.researchgate.net/publication/261402528\\_Fachspezifische\\_Differenzierungsansatze\\_fur\\_unterschiedliche\\_Unterrichtsphasen](https://www.researchgate.net/publication/261402528_Fachspezifische_Differenzierungsansatze_fur_unterschiedliche_Unterrichtsphasen)

Schmidt-Thieme, B., & Weigand, H.-G. (2015). Medien. In R. Bruder, L. Hefendehl-Hebeker, B. Schmidt-Thieme, & H.-G. Weigand (Hrsg.), *Handbuch der Mathematikdidaktik* (S. 461-490). Springer Berlin Heidelberg. [https://doi.org/10.1007/978-3-642-35119-8\\_17](https://doi.org/10.1007/978-3-642-35119-8_17)

Steinhöfel, W., Reichold, K., & Frenzel, L. (1988). *Zur Gestaltung typischer Unterrichtssituationen im Mathematikunterricht*. Ministerium für Volksbildung.

Wartha, S., & Schulz, A. (2011). *Aufbau von Grundvorstellungen (nicht nur) bei besonderen Schwierigkeiten im Rechnen*. IPN Kiel. [http://www.sinus-grundschulen.de/fileadmin/uploads/Material\\_aus\\_SGS/Handreichung\\_WarthaSchulz.pdf](http://www.sinus-grundschulen.de/fileadmin/uploads/Material_aus_SGS/Handreichung_WarthaSchulz.pdf)