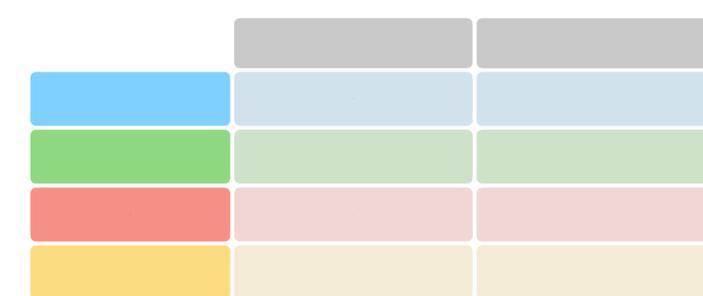


Stoffdidaktik Mathematik

Erstes Intermezzo: Flächeninhalt

- Sie vertiefen Ihre Verständnis über den Vier-Ebenen-Ansatz, insbesondere auf der formalen und semantischen Ebene.
- Sie verknüpfen Ihr Wissen über Fundamentale Ideen und Grundvorstellungen am Beispiel des Flächeninhaltsbegriffs.

Beispiel: Flächeninhalt



Fundamentale Ideen

Horizontalkriterium

Vertikalkriterium

Zeitkriterium

Sinnkriterium

Denk-, Handlungs-, Beschreibungs- oder Erklärungsschema mit ordnender Funktion für die Auswahl von Stoffelementen

(normative) Grundvorstellungen

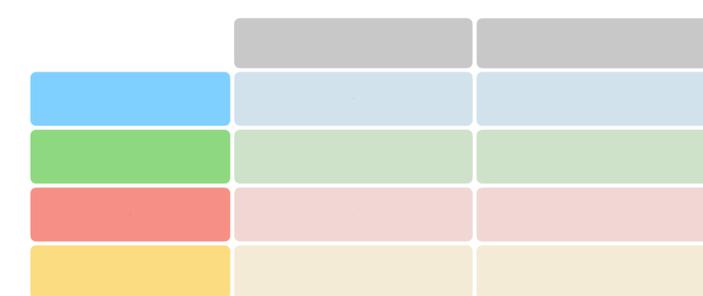
Handlungserfahrungen

Repräsentationen

Anwendung auf Realität

Mentale Modelle zwischen mathematischen Begriffen und individueller Begriffsbildung

Beispiel: Flächeninhalt



Mathewerkstatt, Klasse 5, Flächeninhalt

Schulbuch

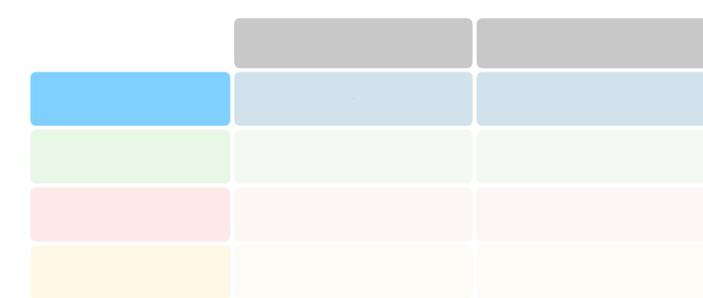
Materialblock

Handreichung

Wir sehen uns die Materialien an und reflektieren das Vorgehen mithilfe einer stoffdidaktischen Analyse zum Flächeninhaltsbegriff.

Barzel et al., 2012a/b/c

Beispiel: Flächeninhalt



Der Flächeninhalt einer Figur ist ein **nichtnegatives Maß**, wobei zwei **zueinander kongruenten Figuren dasselbe Maß** zugeordnet wird und der Flächeninhalt einer Figur gleich der **Summe der Flächeninhalte ihrer Teilfiguren** ist. Hinzu wird das Flächeninhaltsmaß eines Quadrates der Seitenlänge 1 LE auf 1 LE^2 festgelegt.

Flächeninhalt
mithilfe einer Zahl
objektivieren

Flächenvergleich
ohne explizites Maß
möglich

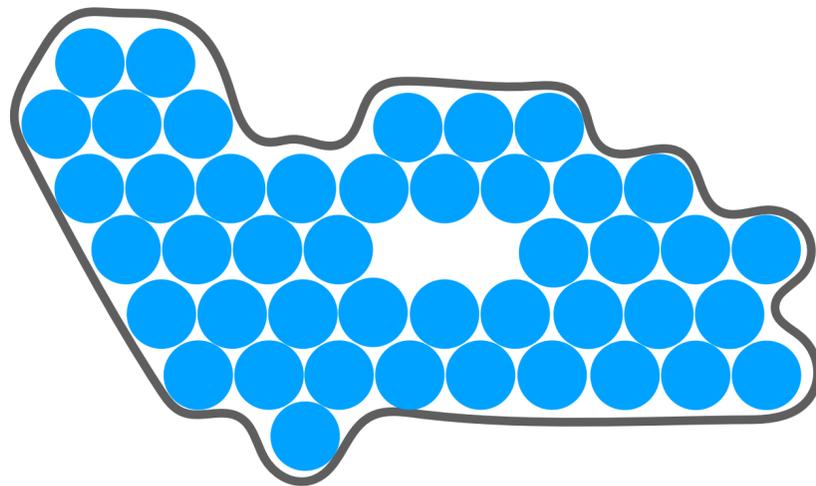
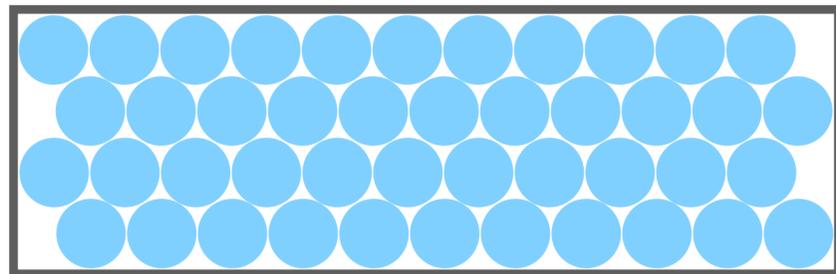
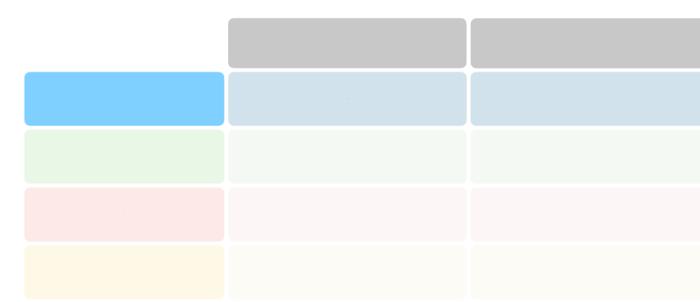
»Willkürlichkeit« des
Vergleichsmaßes

- Vergleichen verschiedener Flächen durch Zerlegen, Ergänzen und Übereinanderlegen
- Bestimmen des Maßes einer Fläche über Auszählen mittels eines (allg.) Vergleichsmaßes
- Nutzen eines quadratischen Vergleichsmaßes, in der Regel 1 cm^2

vgl. Kuntze, 2018, S. 161

vgl. Wörner, 2014, S. 1328 f.

Beispiel: Flächeninhalt



vgl. Kuntze, 2018, S. 161

- Vergleichen verschiedener Flächen durch Zerlegen, Ergänzen und Übereinanderlegen
- Bestimmen des Maßes einer Fläche über Auszählen mittels eines (allg.) Vergleichsmaßes
- Nutzen eines quadratischen Vergleichsmaßes, in der Regel 1 cm^2

vgl. Wörner, 2014, S. 1328 f.

Beispiel: Flächeninhalt

Fundamentale Idee »Messen«

Horizontalkriterium Vertikalkriterium Zeitkriterium Sinnkriterium

Geometrie
(Flächeninhalt)

Arithmetik
(Brüche)

Stochastik
(Erwartungswert)

Analysis
(Integral)

Physik
(Größen)

Sozialwissenschaften
(quant. Forschung)

Medizin
(Pulsschlag)

Ableitung, Integral

Flächenverwandlungen/Approximation

Längen/Flächen/Volumina

Abzählen

Pythagoras
»Alles ist Zahl!«

Triangulation
»Vermessung der Welt«

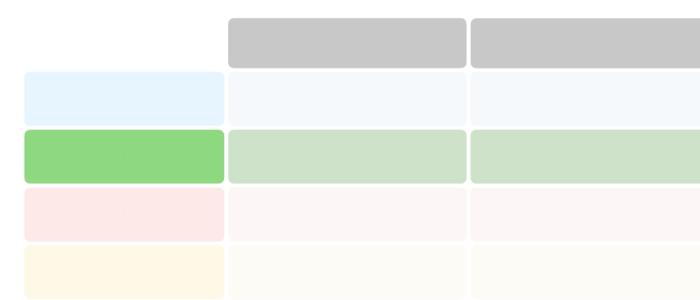
Vereinheitlichung von
Maßeinheiten

»Quadratur des
Kreises«

Vohns, 2000

Beispiel: Flächeninhalt

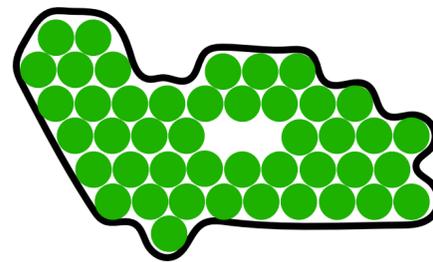
Grundvorstellungen



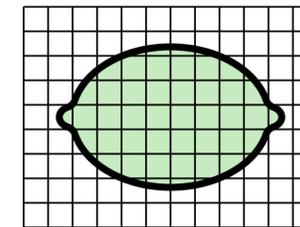
Maßzahlaspekt

Flächeninhalt einer Figur als nichtnegative Maßzahl, die mittels normierter Flächeninhaltsmaße bestimmt wird

Handlungserfahrungen



Repräsentationen

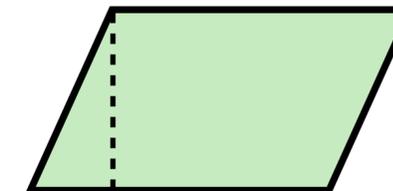


Anwendung auf Realität

Bestimmen der Größe eines Fußballfeldes

Vereinigungsaspekt

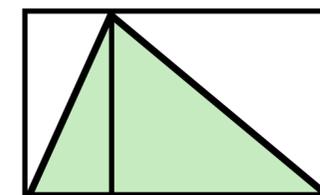
Flächeninhalt einer Figur als Summe der Flächeninhalte der Teilfiguren, aus denen sich die Figur zusammensetzen lässt



Bestimmen der Größe eines Landes

Kongruenzaspekt

Flächeninhalt einer Figur als invariante Eigenschaft bei Kongruenzabbildungen

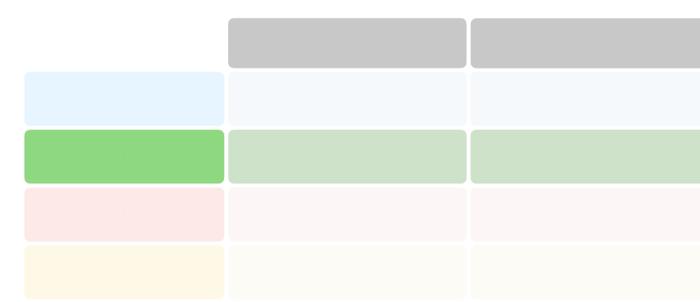


Bestimmen des Oberflächeninhalts eines Prismas

angelehnt an Wörner, 2014

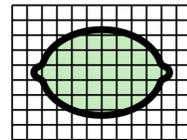
Beispiel: Flächeninhalt

Grundvorstellungen



Maßzahlaspekt

Flächeninhalt einer Figur als nichtnegative Maßzahl, die mittels normierter Flächeninhaltsmaße bestimmt wird



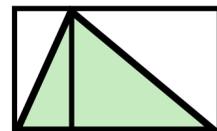
Vereinigungsaspekt

Flächeninhalt einer Figur als Summe der Flächeninhalte der Teilfiguren, aus denen sich die Figur zusammensetzen lässt

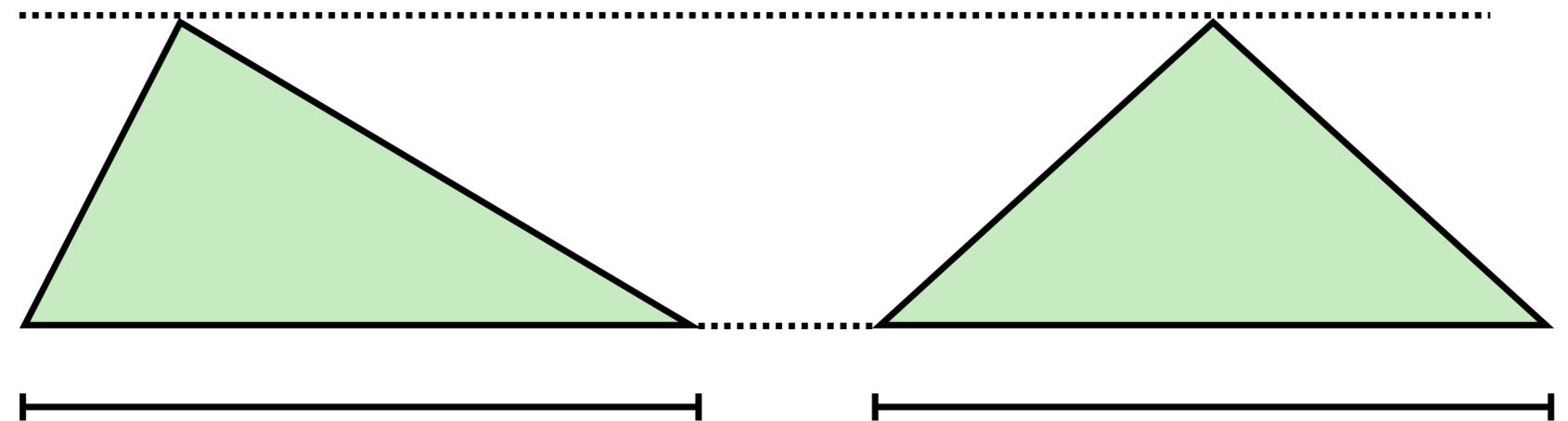


Kongruenzaspekt

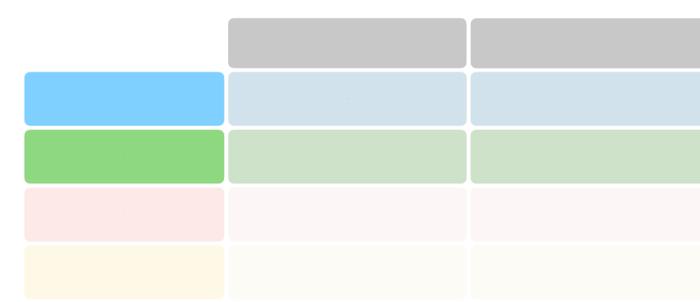
Flächeninhalt einer Figur als invariante Eigenschaft bei Kongruenzabbildungen



angelehnt an Wörner, 2014

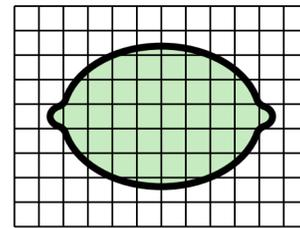


Beispiel: Flächeninhalt

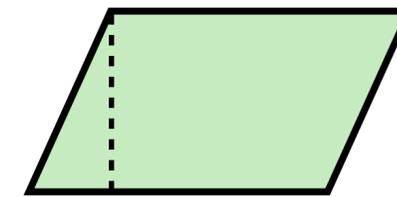


Der Flächeninhalt einer Figur ist ein **nichtnegatives Maß**, wobei zwei **zueinander kongruenten Figuren dasselbe Maß** zugeordnet wird und der Flächeninhalt einer Figur gleich der **Summe der Flächeninhalte ihrer Teilfiguren** ist. Hinzu wird das Flächeninhaltsmaß eines Quadrates der Seitenlänge 1 LE auf 1 LE^2 festgelegt.

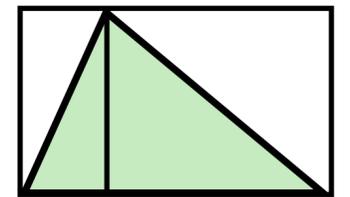
Maßzahlaspekt



Vereinigungsaspekt



Kongruenzaspekt



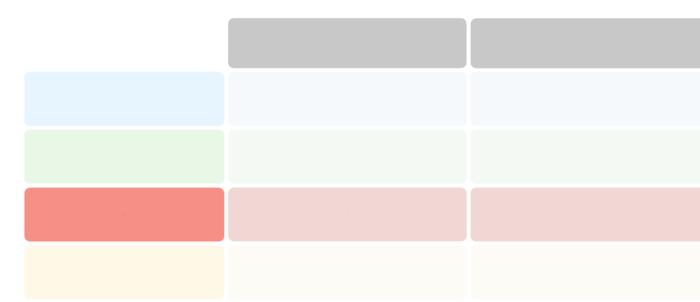
Inwieweit werden im Schulbuch die Grundvorstellungen zum Flächeninhaltsbegriff angesprochen?

Welcher Lernpfad wird verfolgt und wie kann dieser begründet werden?

vgl. Kuntze, 2018, S. 161

Beispiel: Flächeninhalt

Kontexte - Kernideen - Kernfragen



Kontext

Zoogehege

Kernfrage A

Wie kann ich die Größe von Flächen vergleichen?

Kernideen

vgl. Grundvorstellungen

Kernfrage B

Wie kann ich die Größe einer Fläche geschickt bestimmen?

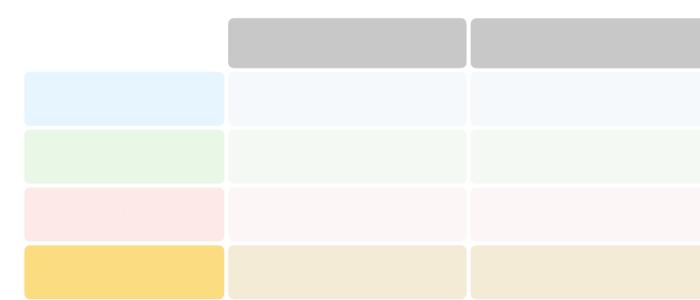
Kernideen

Zählen von Kästchenreihen, multiplikativer Gedanke

Barzel et al., 2012c, S. 170 f

Beispiel: Flächeninhalt

Typische Schwierigkeiten



Flächeninhalt - Umfang - Volumen

Verwechselung zwischen Längenmaßen, Flächeninhalten und Volumina

mögliche Ursache: zu frühzeitige kalkülhafte Behandlung von Formeln

möglicher Ausweg: explizites Herstellen der Zusammenhänge, z. B. zwischen Umfang und Flächeninhalt

Fläche - Flächeninhalt

Verwechselung von Fläche (als Figur) und Flächeninhalt (als ihr Maß)

mögliche Ursache: Wortverwandtschaft und unsaubere Verwendung der Begriffe

möglicher Ausweg: strikte sprachliche Trennung und Bewusstmachen des Unterschieds

Literatur

- Barzel, B., Hußmann, S., Leuders, T., & Prediger, S. (Hrsg.). (2012a). Mathewerkstatt. 5, Handreichungen [DVD]. Cornelsen.
- Barzel, B., Hußmann, S., Leuders, T., & Prediger, S. (Hrsg.). (2012b). Mathewerkstatt. 5, Materialblock (Mittlerer Schulabschluss, allgemeine Ausg., 1. Aufl). Cornelsen.
- Barzel, B., Hußmann, S., Leuders, T., & Prediger, S. (Hrsg.). (2012c). Mathewerkstatt. 5, Schulbuch (Mittlerer Schulabschluss, allgemeine Ausg., 1. Aufl). Cornelsen.
- Kuntze, S. (2018). Flächeninhalt und Volumen. In Didaktik der Geometrie für die Sekundarstufe I (S. 149-177). Springer Berlin Heidelberg. https://doi.org/10.1007/978-3-662-56217-8_7
- Vohns, A. (2000). Das Messen als fundamentale Idee [1. Staatsexamensarbeit, Universität-Gesamthochschule Siegen]. <https://wwwu.aau.at/avohns/pdf/messen.pdf>
- Wörner, D. (2014). Grundvorstellungen zum Flächeninhaltsbegriff ausbilden – eine exemplarische Studie. In Beiträge zum Mathematikunterricht 2014, 48. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik vom 10.03.2014 bis 14.03.2014 in Koblenz (S. 1327-1330). <https://doi.org/10.17877/DE290R-1049>