

# Stoffdidaktik Mathematik

## Grundvorstellungen

- Sie können die Grundvorstellungsidee beschreiben und wissen über deren Bedeutung für den Mathematikunterricht.
- Sie kennen Grundvorstellungen zu einzelnen mathematischen Begriffen.

primär

sekundär

Handlungserfahrung

Repräsentationen

Anwendung auf Realität

## Grundvorstellungen

normativ

deskriptiv

konstruktiv

Aspekte

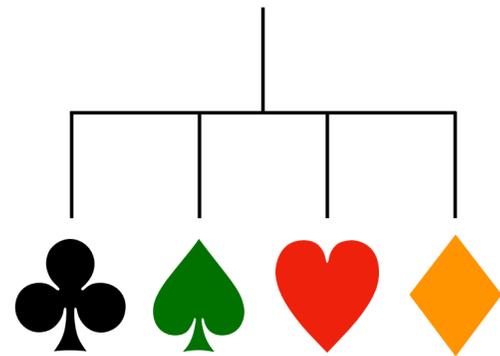
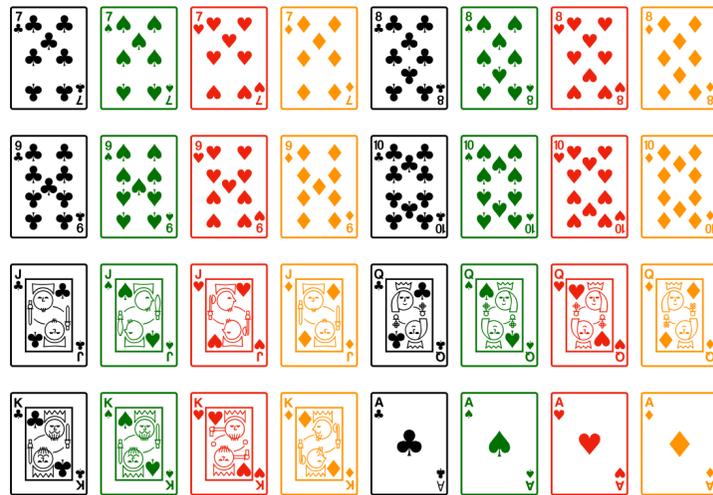
Operationen

# Grundvorstellungen

Handlungserfahrung

Repräsentationen

Anwendung auf Realität



Würfeln  
Glücksrad  
Laplace-Experimente

Wahrscheinlichkeit  
als relativer Anteil

primär

sekundär

normativ

deskriptiv

konstruktiv

Aspekte

Operationen

# Grundvorstellungen

Die **Grundvorstellungsidee** beschreibt **Beziehungen zwischen mathematischen Inhalten und** dem Phänomen der **individuellen Begriffsbildung**. In ihren unterschiedlichen Ausprägungen charakterisiert sie mit jeweils unterschiedlichen Schwerpunkten insbesondere drei Aspekte dieses Phänomens:

- Sinnkonstituierung eines Begriffs durch **Anknüpfung an** bekannte **Sach- oder Handlungszusammenhänge** bzw. **Handlungsvorstellungen**,
- Aufbau entsprechender (visueller) **Repräsentationen** bzw. **»Verinnerlichungen«**, die **operatives Handeln** auf der Vorstellungsebene ermöglichen,
- Fähigkeit zur Anwendung eines Begriffs auf die Wirklichkeit durch **Erkennen der** entsprechenden **Struktur in Sachzusammenhängen** oder durch Modellieren des Sachproblems **mit Hilfe der mathematischen Struktur**.

primär

sekundär

normativ

deskriptiv

konstruktiv

Aspekte

Operationen

vom Hofe, 1995, S. 97 f.

# Grundvorstellungen

Handlungserfahrung

Repräsentationen

Anwendung auf Realität

primär

sekundär

vom Hofe, 2014

normativ

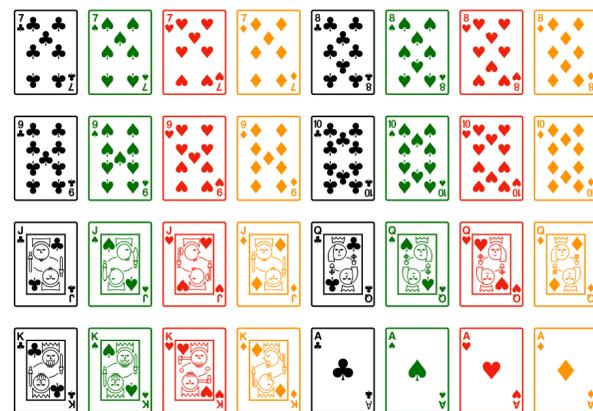
deskriptiv

konstruktiv

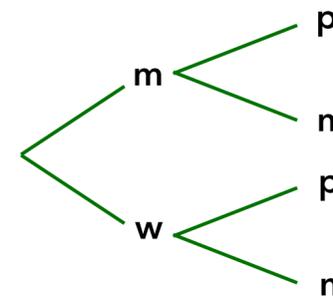
Aspekte

Operationen

Wahrscheinlichkeit



Bedingte  
Wahrscheinlichkeit



	m	w	
p	50	20	<b>70</b>
n	280	300	<b>580</b>
	<b>330</b>	<b>320</b>	<b>650</b>

# Grundvorstellungen

Handlungserfahrung

Repräsentationen

Anwendung auf Realität

Aspekte

Operationen

primär

sekundär

normativ

deskriptiv

konstruktiv

	Aspekt	bestimmen	»addieren«	multiplizieren
Wahrscheinlichkeit als Maß für eine Erwartung				
Wahrscheinlichkeit als relativer Anteil				
Wahrscheinlichkeit als relative Häufigkeit				
Wahrscheinlichkeit als subjektives Vertrauen				

Malle & Malle, 2003

# Grundvorstellungen

- primär
- sekundär
- Aspekte
- Operationen

- Handlungserfahrung
- Repräsentationen
- Anwendung auf Realität

normativ

»Welche Grundvorstellungen sind zur Lösung des Problems aus der Sicht des Lehrenden adäquat?«

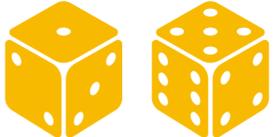
### Wahrscheinlichkeit als

- Maß für eine Erwartung
- relativer Anteil
- relative Häufigkeit
- subjektives Vertrauen

deskriptiv

»Welche individuellen Vorstellungen lassen sich im Lösungsversuch des Schülers erkennen?«

### Wahrscheinlichkeit als »mitdenkende« Eigenschaft



konstruktiv

»Worauf sind etwaige Divergenzen zurückzuführen, und wie lassen sich diese beheben?«

Analyse der  
»Bezugsmenge«

vom Hofe, 1995, S. 106 f.

normativ

deskriptiv

konstruktiv

## Spezifizieren

## Strukturieren

### semantische Ebene

- **Welche Fundamentalen Ideen** liegen hinter den Begriffen, Sätzen und Verfahren?
- **Welche Grundvorstellungen und Repräsentationen** (graphisch, verbal, numerisch und algebraisch) sind für den Verständnisaufbau entscheidend?

- Wie **verhalten** sich Ideen und Vorstellungen **zueinander** und **zu früheren und späteren Lerninhalten**?
- Wie kann ein **Lernpfad angeordnet** werden, in dem das Verständnis, zusammen mit den Erkenntnissen der formalen Ebene, aufgebaut wird?

nach Hußmann & Prediger, 2016

normativ

deskriptiv

konstruktiv

## Spezifizieren

## Strukturieren

### empirische Ebene

- **Welche** typischen **individuellen Voraussetzungen** (Vorstellungen, Kenntnisse, Kompetenzen, ...) sind zu erwarten und **wie passen** diese zum **angestrebten Verständnis** (Ressourcen vs. Hindernisse)?
- **Woher** kommen typische **Hindernisse** oder **unerwünschte Vorstellungen**?

- Wie können typische **Vorkenntnisse und Vorstellungen** als **fruchtbare Anknüpfungspunkte** dienen?
- Welche **Schlüsselstellen** (Hindernisse, Wendepunkte, ...) gibt es **im Lernweg** der Schüler/-innen?
- Wie kann der angestrebte **Lernpfad** bezüglich der Anknüpfungspunkte und Schlüsselstellen **neu angeordnet** werden?

nach Hußmann & Prediger, 2016

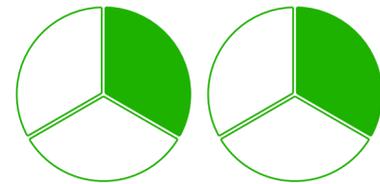
# Grundvorstellungen zur Leitidee »Zahl und Algorithmen« Brüche

Handlungserfahrung

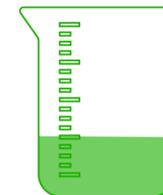
Repräsentationen

Anwendung auf Realität

Bruch als **Anteil eines Ganzen** oder **mehrerer Ganzer**



Bruch als **Maßzahl**



Bruch als **Operator**

$\frac{1}{5}$  von 250 €

Bruch als **Verhältnis**



2 von 3 Personen tragen eine Maske.

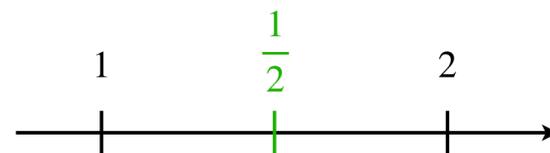
Bruch als **Quotient**

$$3 : 5 = \frac{3}{5}$$

Bruch als **Lösung einer linearen Gleichung**

$$5x = 3$$

Bruch als **Skalenwert**



**Quasikardinale Auffassung** von Brüchen

$$\frac{3}{5} \text{ als } 3 \text{ mal } \frac{1}{5}$$

Padberg & Wartha, 2017, S. 19 ff.

# Grundvorstellungen zur Leitidee »Zahl und Algorithmen« Brüche multiplizieren

$$\frac{1}{5} \cdot \frac{2}{3}$$

## Anteil eines Anteils

$$\frac{1}{5} \text{ von } \frac{2}{3}$$

$$3 \cdot \frac{1}{5}$$

Quasikardinaler Auffassung

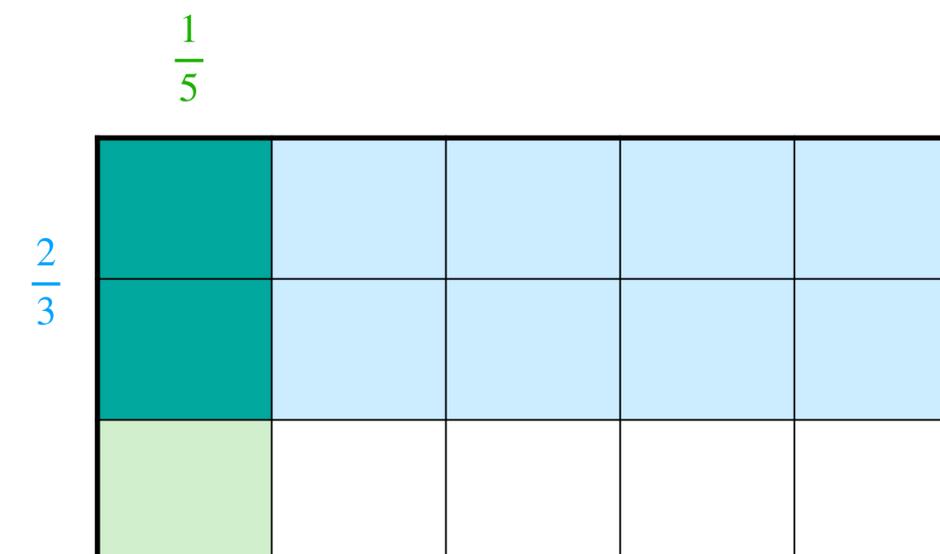
$$\frac{1}{5} \cdot 3$$

Kommutativität; Verknüpfung Anteil eines Ganzen und Anteil mehrerer Ganzer

$$\frac{1}{5} \cdot \frac{2}{3}$$

Verallgemeinerung  
(leider oft nur auf Kalkül-Ebene)

## Flächeninhalt



Padberg & Wartha, 2017, S. 108 ff.

# Literatur

vom Hofe, R. (1995). *Grundvorstellungen mathematischer Inhalte*. Spektrum Akademischer Verlag.

vom Hofe, R. (2014). Primäre und sekundäre Grundvorstellungen. In Technische Universität Dortmund (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2014, 48. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik vom 10.03.2014 bis 14.03.2014 in Koblenz*. WTM. <https://doi.org/10.17877/DE290R-8808>

Hußmann, S., & Prediger, S. (2016). Specifying and Structuring Mathematical Topics: A Four-Level Approach for Combining Formal, Semantic, Concrete, and Empirical Levels Exemplified for Exponential Growth. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 37(S1), 33-67. <https://doi.org/10.1007/s13138-016-0102-8>

Malle, G., & Malle, S. (2003). Was soll man sich unter einer Wahrscheinlichkeit vorstellen? *Mathematik lehren*, 118, 52-56.

Padberg, F., & Wartha, S. (2017). *Didaktik der Bruchrechnung* (5. Aufl.). Springer Spektrum. <https://doi.org/10.1007/978-3-662-52969-0>