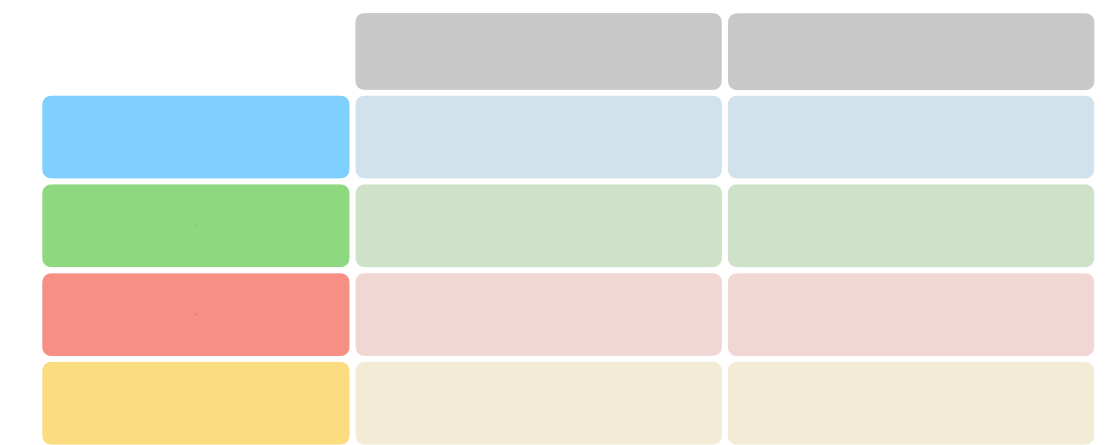


Stoffdidaktik Mathematik

Vier-Ebenen-Ansatz

- Sie kennen typische Fragestellungen, um sich einer stoffdidaktischen Analyse systematisch zu nähern.
- Sie erkennen den Vier-Ebenen-Ansatz als eine Möglichkeit, eine stoffdidaktische Analyse strukturiert vorzunehmen.
- Sie können den Vier-Ebenen-Ansatz anhand eines Beispiels nachvollziehen.
- Sie sind sich der Komplexität einer stoffdidaktischen Analyse bewusst.



Vier-Ebenen-Ansatz

Spezifizieren

Strukturieren

Was genau sollen Schülerinnen und Schüler bezüglich eines bestimmten mathematischen Themas lernen?

Wie stehen die Stoffelemente miteinander in Verbindung und wie können sie im Lernpfad strukturiert werden?

nach Hußmann & Prediger, 2016

Vier-Ebenen-Ansatz

Spezifizieren

Strukturieren

formale Ebene

semantische Ebene

Welche fachlich-logische Struktur
besitzt der Lerngegenstand?

Welchen Sinn und welche Bedeutung
hat der mathematische Gegenstand?

nach Hußmann & Prediger, 2016

Vier-Ebenen-Ansatz

Spezifizieren

Strukturieren

formale Ebene

semantische Ebene

konkrete Ebene

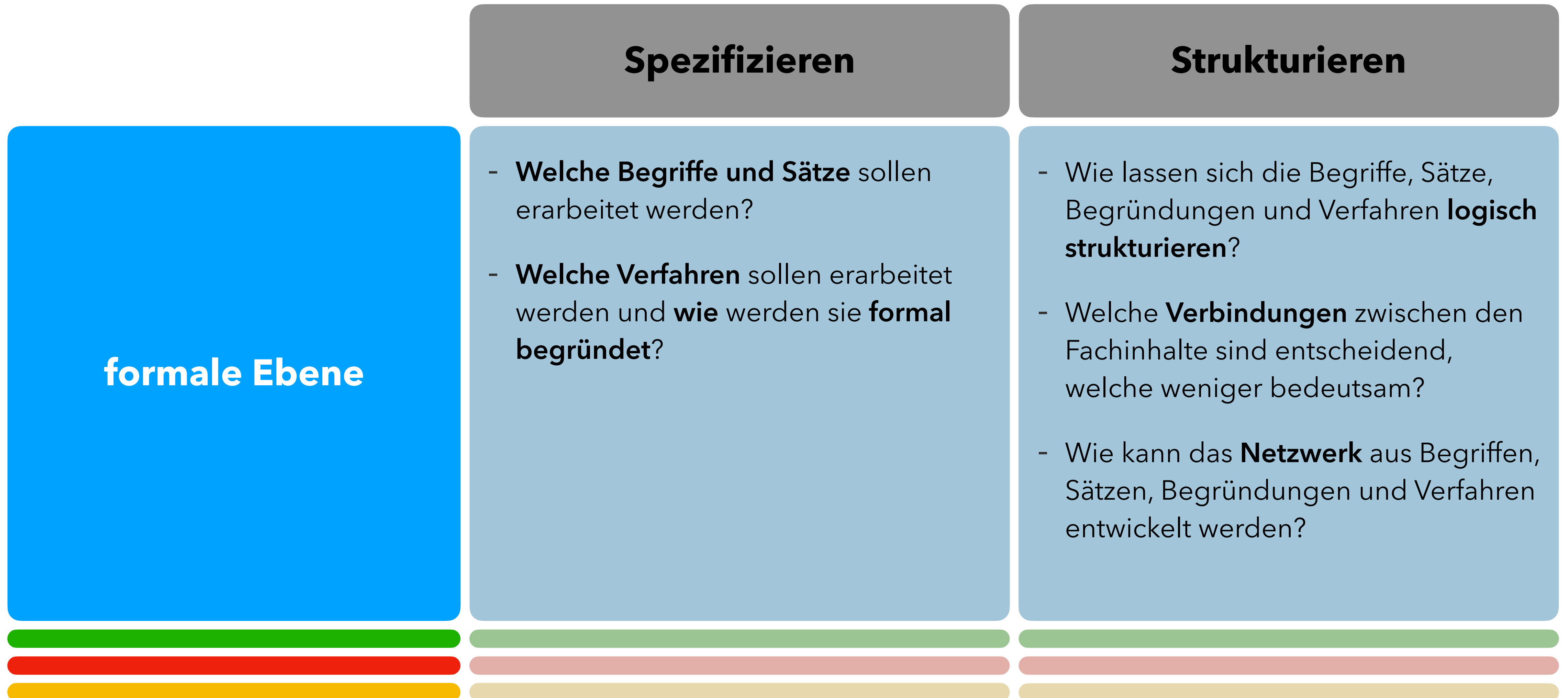
empirische Ebene

Wie kann die Umsetzung des Lehr-Lern-Prozesses an konkreten Situationen gestaltet werden, so dass mathematische Wissen konstruiert wird?

Inwieweit können kognitive und ggf. soziale Aspekte der Schülerinnen und Schüler in die stoffdidaktische Analyse integriert werden?

nach Hußmann & Prediger, 2016

Vier-Ebenen-Ansatz



nach Hußmann & Prediger, 2016

Vier-Ebenen-Ansatz

	Spezifizieren	Strukturieren
semantische Ebene	- Welche Fundamentalen Ideen liegen hinter den Begriffen, Sätzen und Verfahren? - Welche Grundvorstellungen und Repräsentationen (graphisch, verbal, numerisch und algebraisch) sind für den Verständnisaufbau entscheidend?	- Wie verhalten sich Ideen und Vorstellungen zueinander und zu früheren und späteren Lerninhalten? - Wie kann ein Lernpfad angeordnet werden, in dem das Verständnis, zusammen mit den Erkenntnissen der formalen Ebene, aufgebaut wird?

nach Hußmann & Prediger, 2016

Vier-Ebenen-Ansatz

	Spezifizieren	Strukturieren
konkrete Ebene	- Welche Kernfragen und Kernideen können die Entwicklung der Begriffe, Sätze und Verfahren leiten? - Welche Kontexte und Probleme sind geeignet, um an ihnen die Kernfragen und -ideen exemplarisch zu behandeln und die Inhalte zu rekonstruieren?	- Wie kann das Verständnis sukzessive über konkrete Situationen in den beabsichtigten Lernpfaden konstruiert werden (<i>horizontale Mathematisierung</i>)? - Wie können die Lernpfade in Bezug auf die Problemstruktur angeordnet werden (<i>vertikale Mathematisierung</i>)?

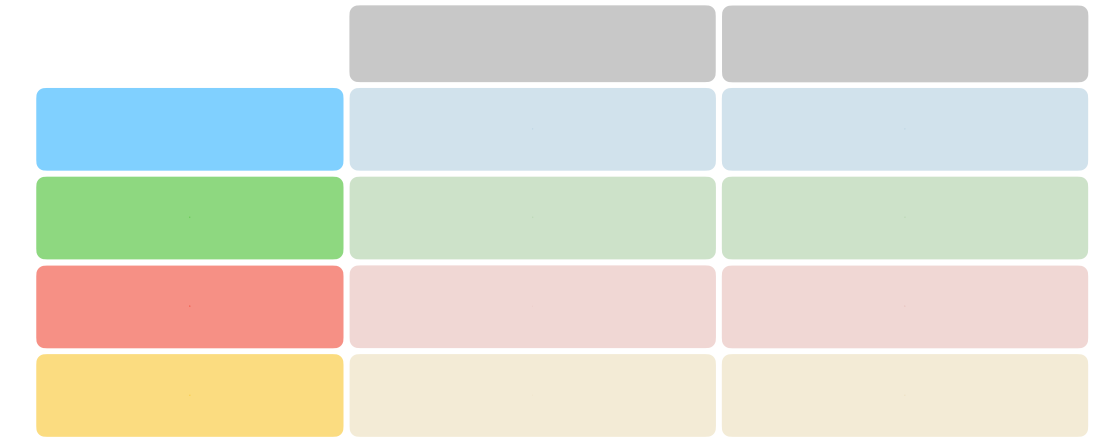
nach Hußmann & Prediger, 2016

Vier-Ebenen-Ansatz



nach Hußmann & Prediger, 2016

Zentrale Themen



Fundamentale Ideen

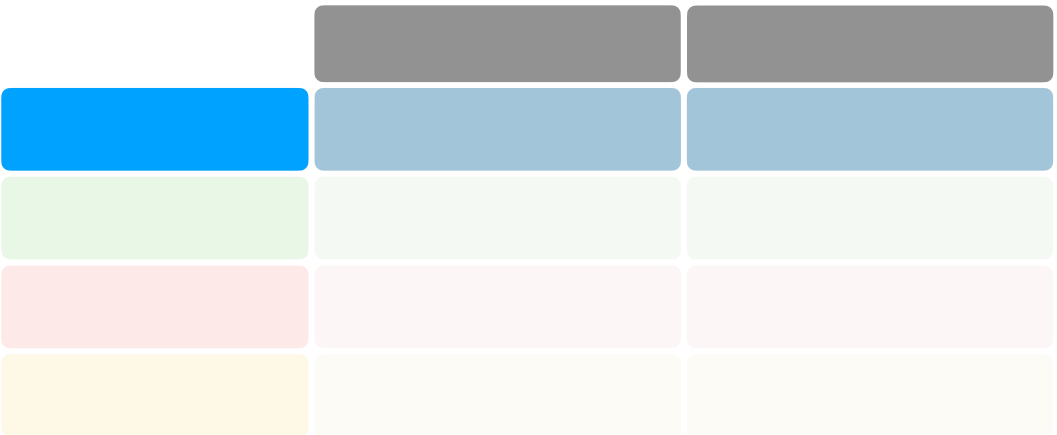
Grundvorstellungen

Kernideen, Kernfrage, Kontexte

**Lernen mit Aufgaben
und Arbeitsmitteln**

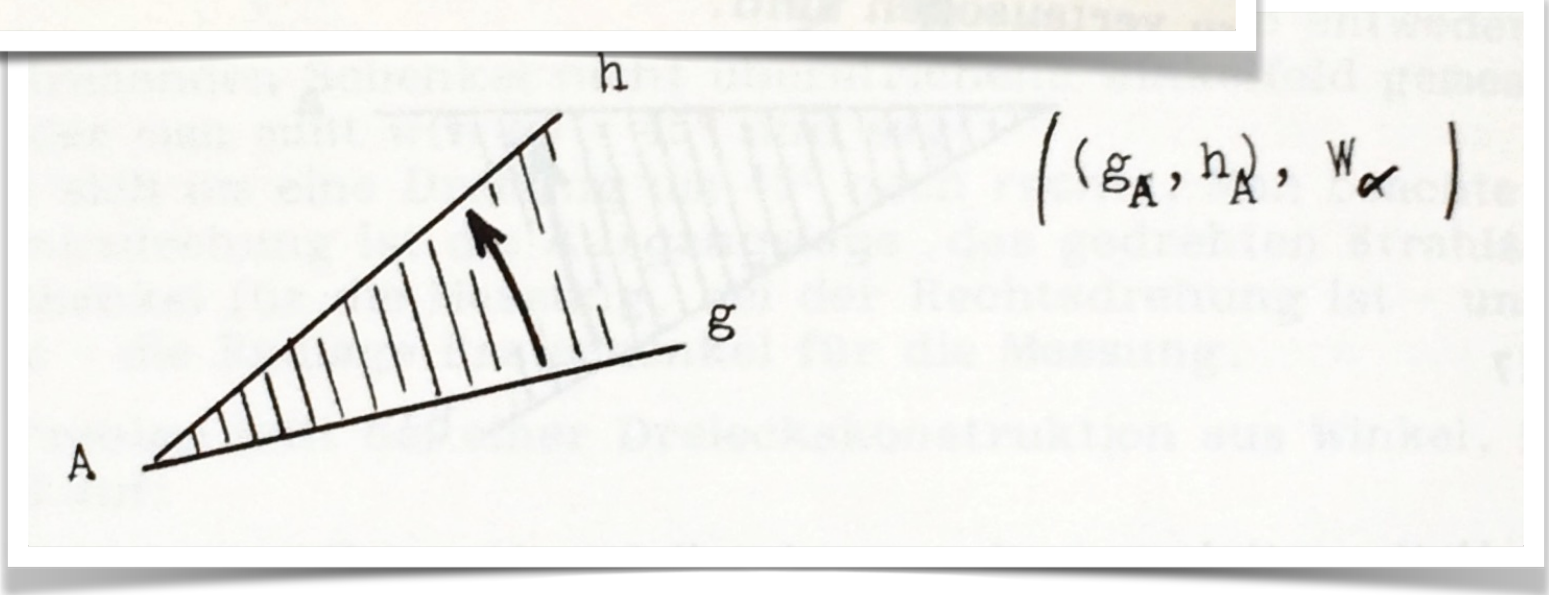
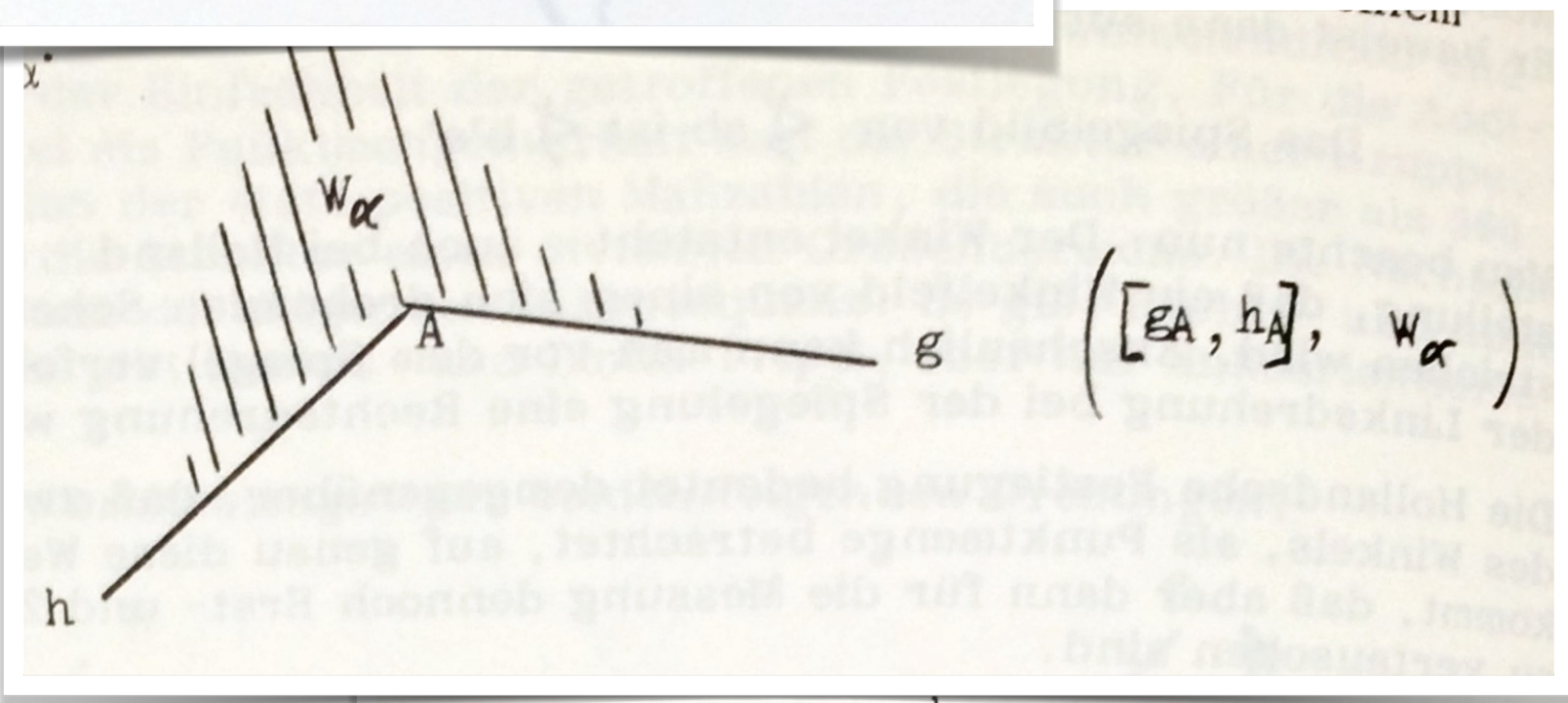
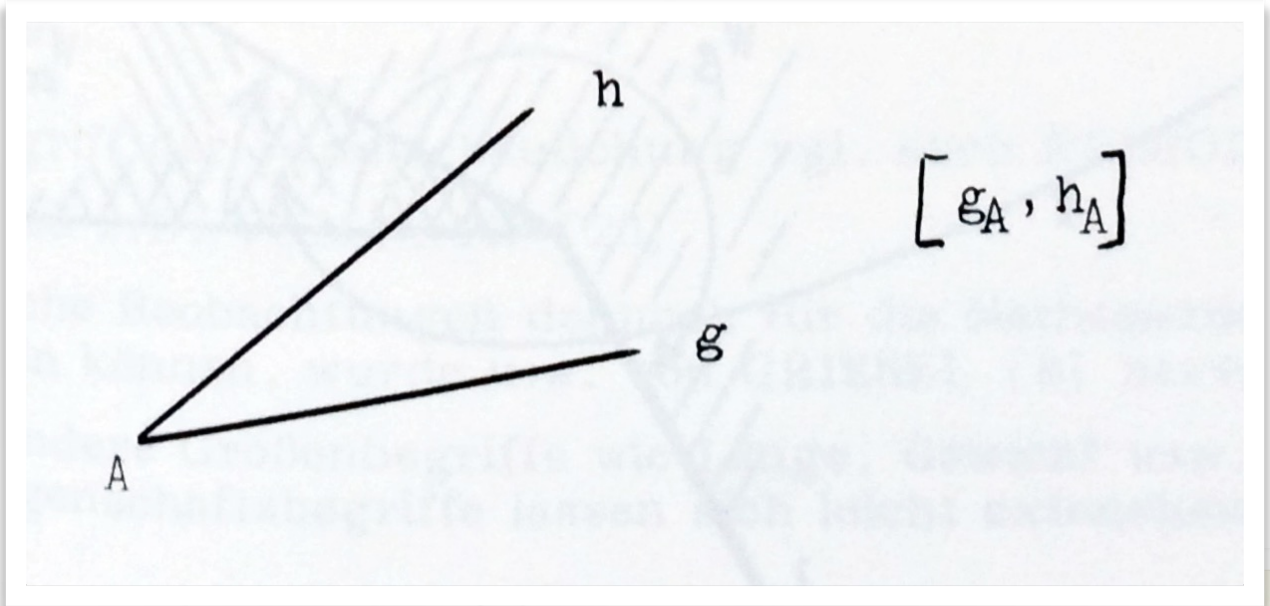
**inhaltsbezogene
Komptenzen (Leitideen)**

Beispiel: Winkel



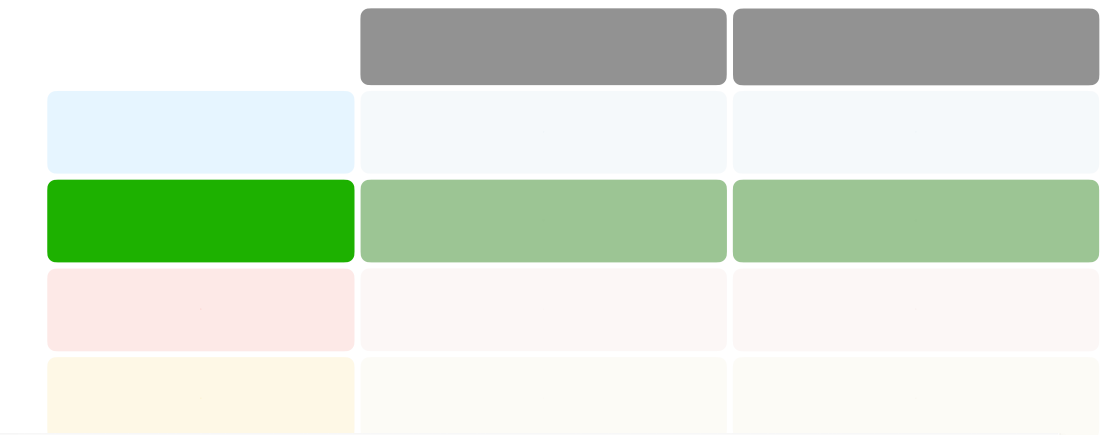
Goniometrischer	Elementar-geometrischer	Analytisch-geometrischer	Stereometrischer
<i>Winkelbegriff: Winkel eines</i>			
geordneten	ungeordneten	geordneten	ungeordneten
<i>Paares von</i>			
Halbgeraden	Halbgeraden	Geraden	Geraden
<i>in</i>			
orientierter	unorientierter	orientierter	unorientierter
<i>Ebene, bestimmt</i>			
mod 2π	zwischen 0° und 180°	mod π	zwischen 0° und 90°

Freudenthal, 1973, S. 441



Strehl, 1983, S. 143 f.

Beispiel: Winkel



a) Winkel als "geknickte Gerade". (Abb.)



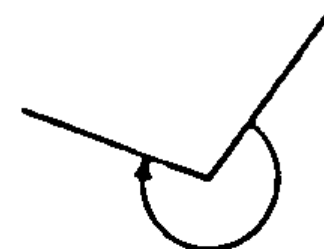
Kurz:
"Winkel ohne
(Kreis-)Bogen".

b) Winkel als Ebenenteil, der von zwei geraden Linien mit gemeinsamem Anfangspunkt begrenzt wird. Anstelle eines Bogens kann der Ebenenteil auch durch eine Schraffur angedeutet werden. (Abb.)



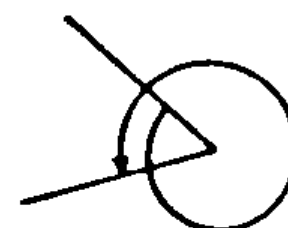
Kurz:
"Winkel mit (Kreis-)
Bogen" oder "Winkelfeld".

c) Winkel als Ebenenteil, dessen "Entstehungsgeschichte" durch die Drehung eines Schenkels beschrieben werden kann. (Abb.)



Kurz:
"Winkel mit Kreishogen-
pfeil" oder "orientier-
tes Winkelfeld".

d) Winkel als "Umlaufwinkel". Der Winkel kann als beliebige Drehung um eine Achse gesehen werden. (Abb.)



Kurz:
"Winkel mit Umdrehungs-
pfeil".

Knick, Feld, Richtungsänderung und Umdrehung

Wesentlich für die Unterscheidung der Aspekte ist die Relevanz und Bedeutung einzelner Winkelbestandteile.

Beim Knick als Abweichung von einer Geraden ist der Scheitelpunkt die Knickstelle, und die Schenkel beschreiben die jeweiligen geradlinigen Teilstücke.

Beim Feld ist der zwischen den Schenkeln befindliche Bereich der Ebene von Bedeutung, der Scheitelpunkt kann dann als »Quelle« des Feldes mit den Schenkeln als Begrenzung angesehen werden.

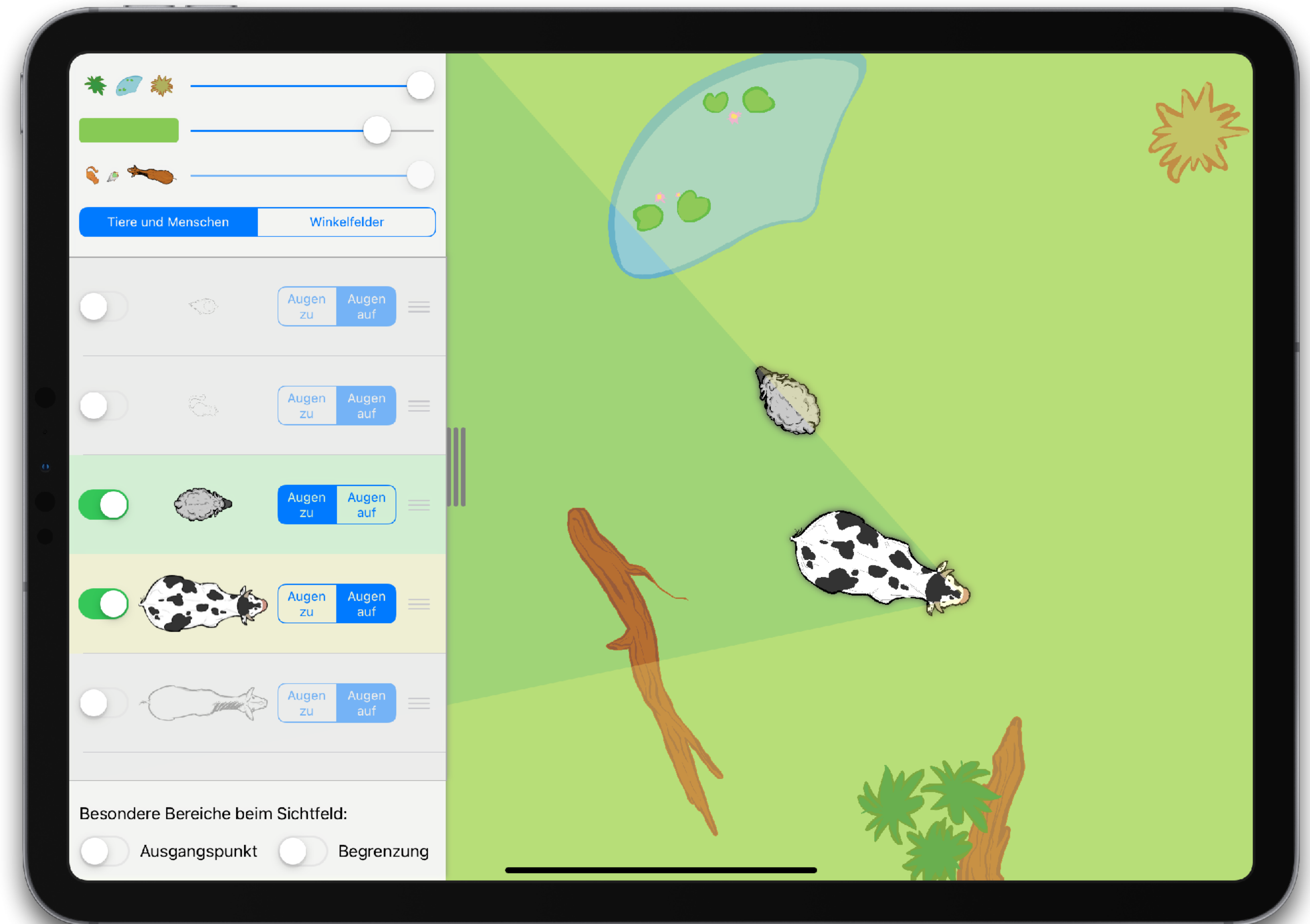
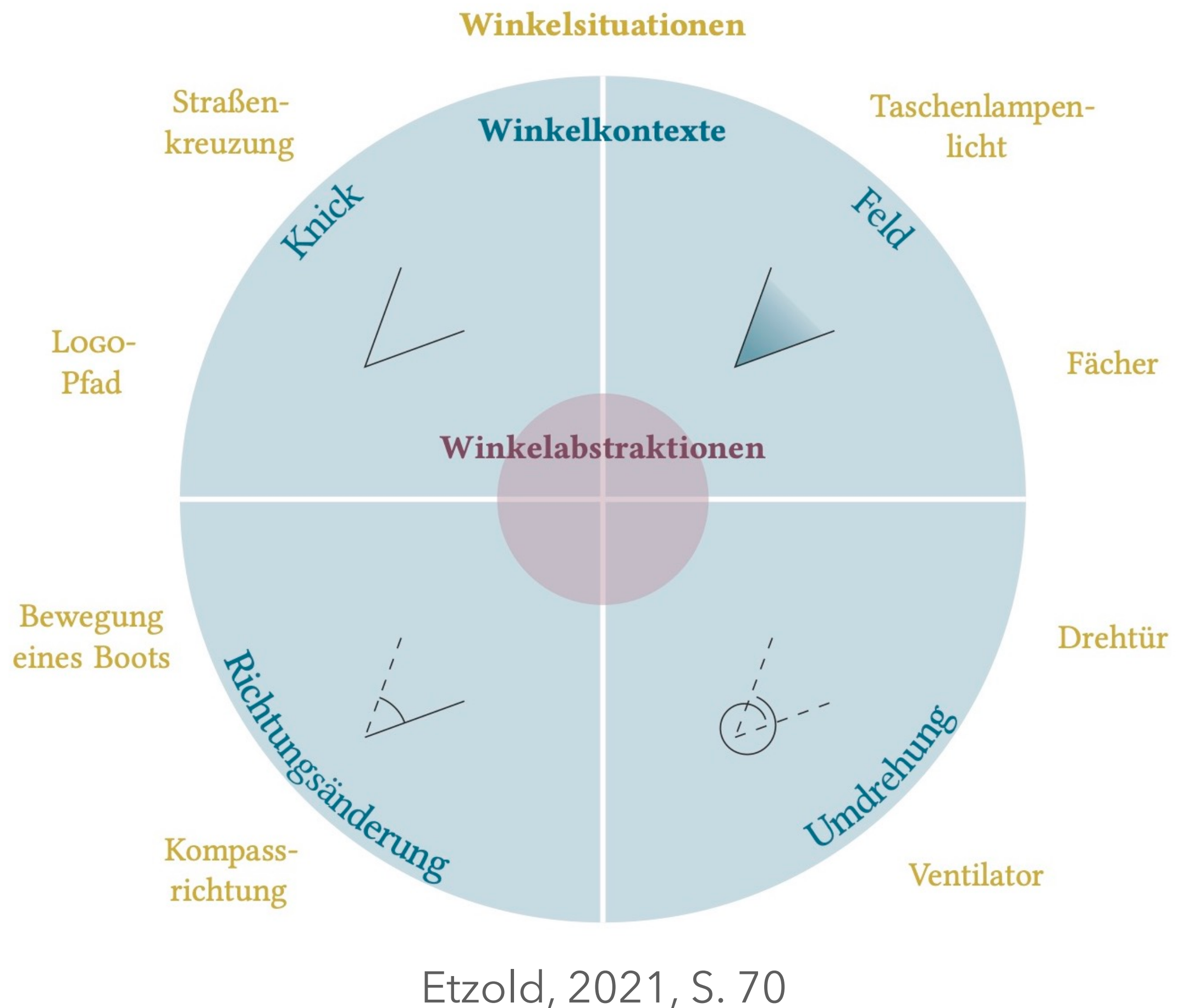
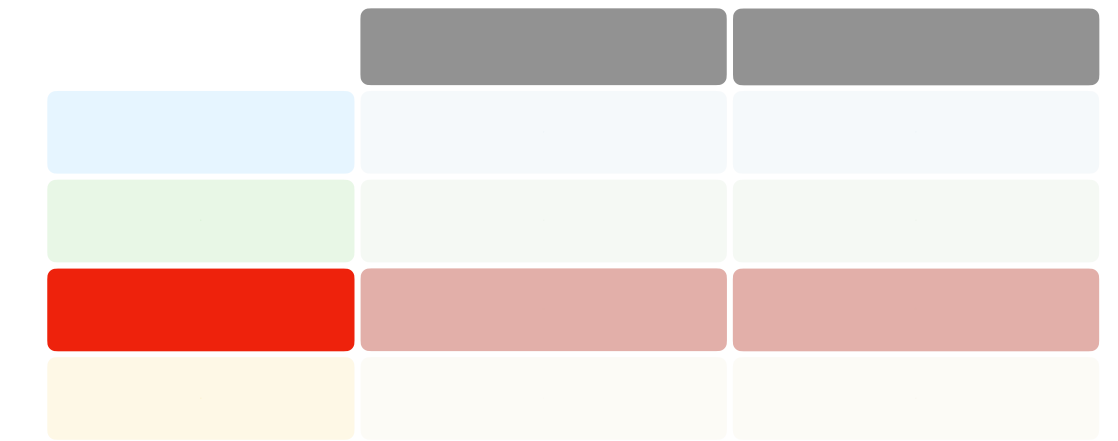
Bei einer Richtungsänderung kann der Scheitelpunkt als »Standpunkt« aufgefasst werden und die Schenkel beschreiben jeweils eine »Blickrichtung«.

Bei der Umdrehung ist der Scheitelpunkt das Drehzentrum, während die Schenkel als geometrische Objekte – also Strahlen – gar nicht eine so hohe Bedeutung erfahren. Vielmehr dienen sie als »Hilfsmittel«, den Anfangs- und Endzustand miteinander vergleichen zu können – interpretierbar als »Greifer« zur Durchführung der Drehung.

Krainer, 1989, S. 387

Etzold, 2001, S. 53

Beispiel: Winkel



Beispiel: Winkel

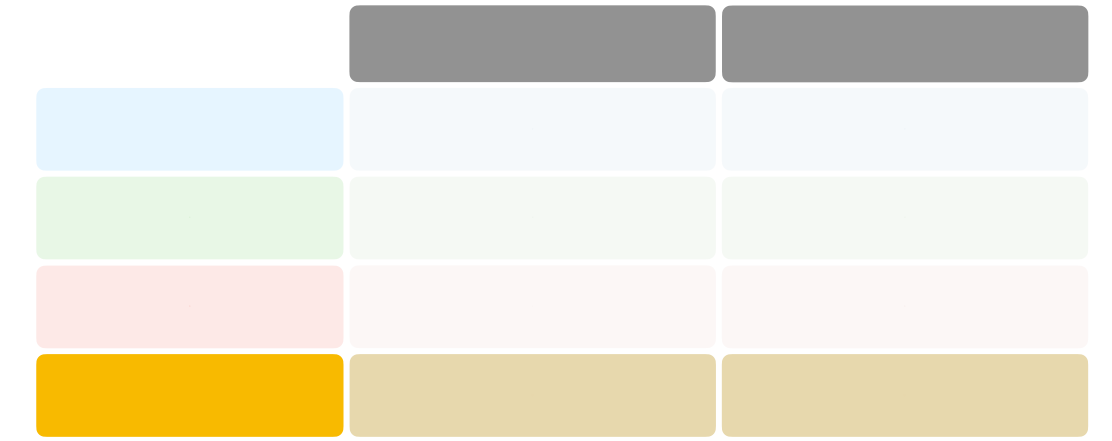
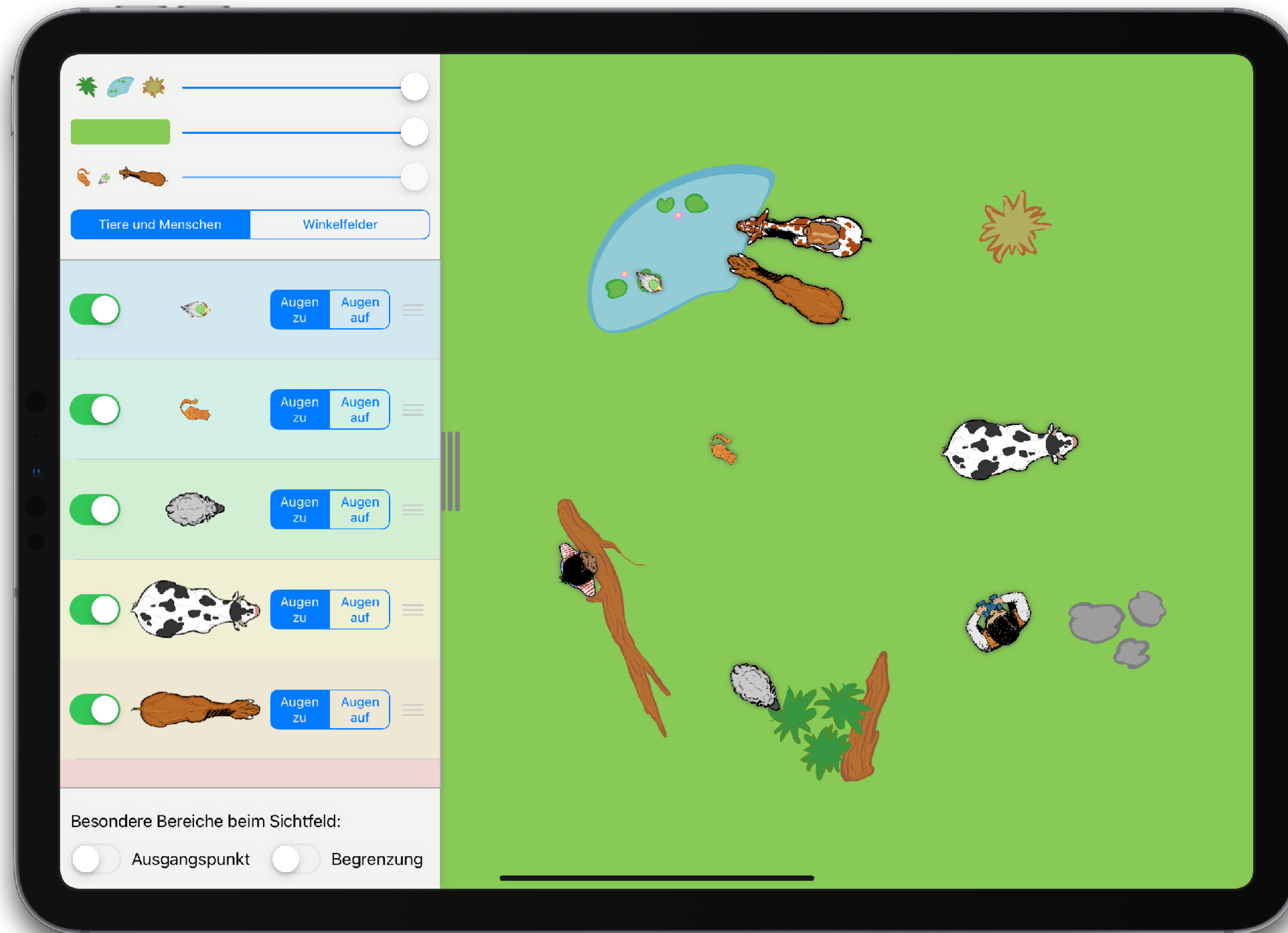
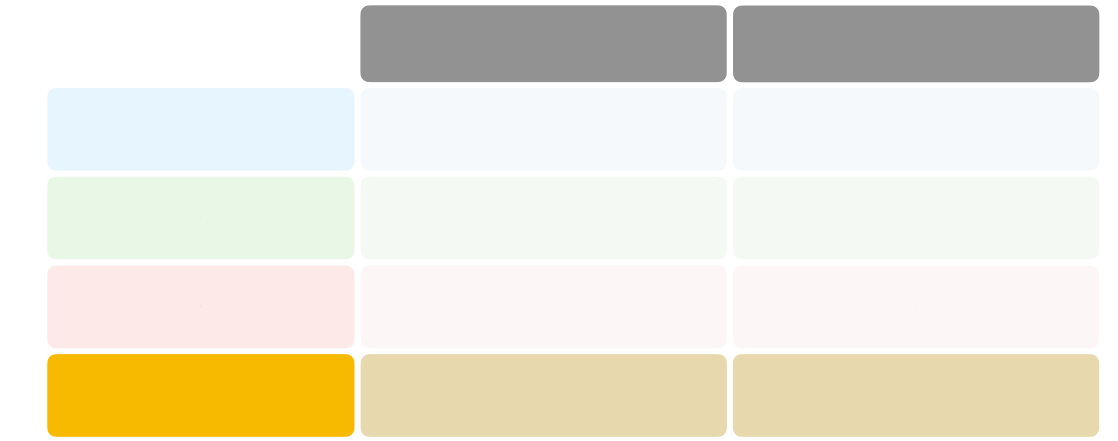


Foto: Christian Dohrmann

Beispiel: Winkel



»Das Pferd soll auf dem Steinpflaster stehen, die Frau soll auf dem Pferd sitzen/stehehen. Das Pferd guckt in Richtung der grünen Büsche, die Frau hat die Augen zu. Gleichzeitig versteckt sich die Katze unter der Kuh.«

Etzold, 2021, S. 152

Literatur

Etzold, H. (2019a). *Winkel-Farm* (Version 2) [App]. <https://apps.apple.com/de/app/winkel-farm/id1369585218>

Etzold, H. (2019b). Winkel-Farm – Leitfaden für Lehrerinnen und Lehrer (Version 2). Zenodo. <https://doi.org/10.5281/zenodo.4747700>

Etzold, H. (2021). *Neue Zugänge zum Winkelbegriff* [Dissertation, Universität Potsdam]. <https://doi.org/10.25932/publishup-50418>

Freudenthal, H. (1973). Mathematik als pädagogische Aufgabe (Bd. 2). Klett.

Hußmann, S., & Prediger, S. (2016). Specifying and Structuring Mathematical Topics: A Four-Level Approach for Combining Formal, Semantic, Concrete, and Empirical Levels Exemplified for Exponential Growth. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 37(S1), 33-67. <https://doi.org/10.1007/s13138-016-0102-8>

Krainer, K. (1989). Lebendige Geometrie. Überlegungen zu einem integrativen Verständnis von Geometrieunterricht anhand des Winkelbegriffs [Dissertation]. Alpen-Adria-Universität Klagenfurt.

Mitchelmore, M. (1990). Psychologische und mathematische Schwierigkeiten beim Lernen des Winkelbegriffs. *mathematica didactica*, 13, 19-37.

Mitchelmore, M., & White, P. (1998). Development of Angle Concepts: A Framework for Research. *Mathematics Education Research Journal*, 10(3), 4-27.

Strehl, R. (1983). Anschauliche Vorstellung und mathematische Theorie beim Winkelbegriff. *mathematica didactica*, 6, 129-146.