

Stoffdidaktik Mathematik

Begriffsbildung

- Sie kennen Kriterien für das Verständnis von Begriffen.
- Sie kennen Wege der Begriffseinführung und wählen diese zielgerichtet aus – auch abhängig von der didaktischen Funktion des jeweiligen Begriffs.
- Sie können geeignete Beispiele und Gegenbeispiele auswählen und anordnen, um Begriffsbildungsprozesse zu unterstützen.

Was? Wie?

Stoffdidaktik als Spezifizieren & Strukturieren von Lerngegenständen

formale Ebene

semantische Ebene

konkrete Ebene

empirische Ebene

Fundamentale Ideen

Grundvorstellungen

Begriffsbildung

Gestaltung von
Aufgaben u. Lernumgebungen

nach Hußmann & Prediger, 2016

Begriffsbildung

Man spricht allgemein von einem »Begriff«, wenn eine Anzahl von Objekten oder Ereignissen aufgrund gewisser übereinstimmender Merkmale mit einem gemeinsamen Namen belegt wird.

Zech, 1998, S. 256

*Idee des
Quaders*



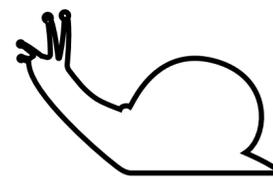
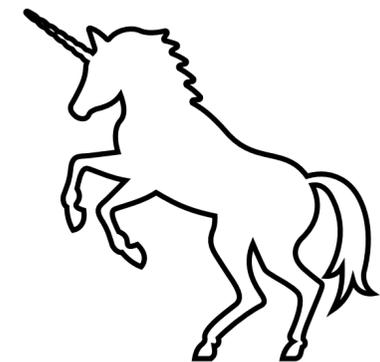
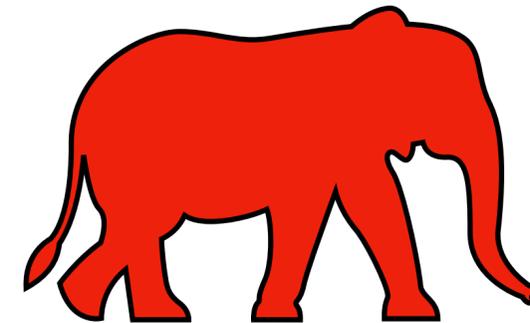
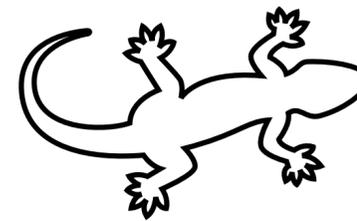
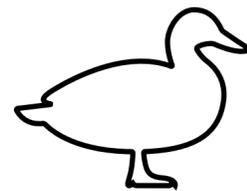
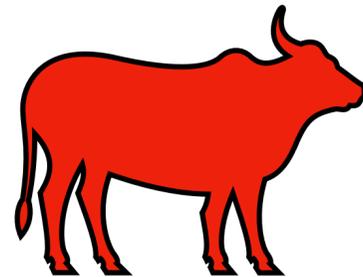
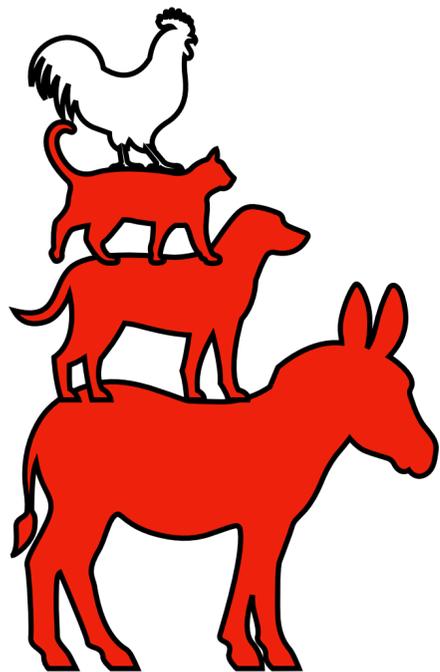
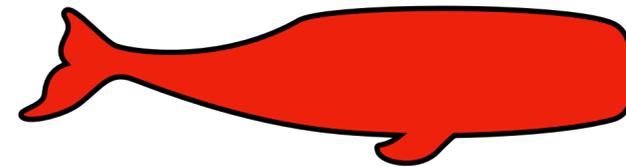
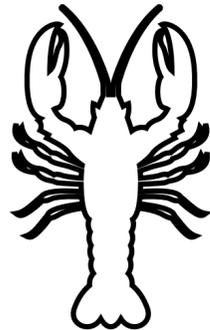
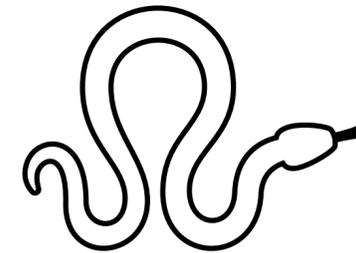
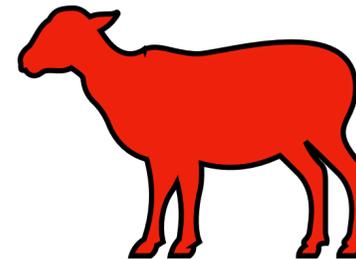
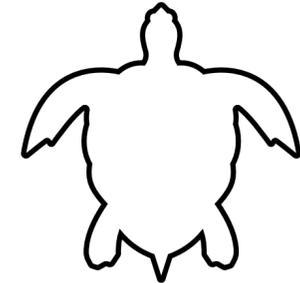
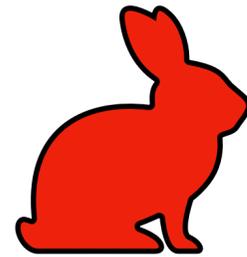
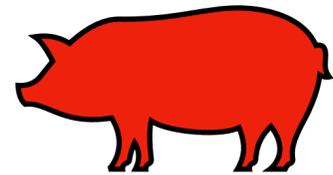
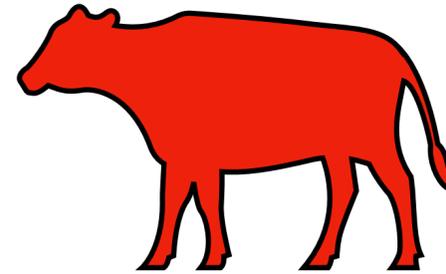
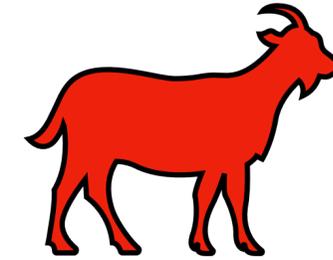
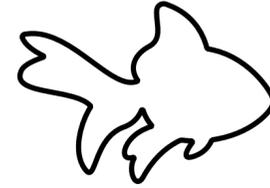
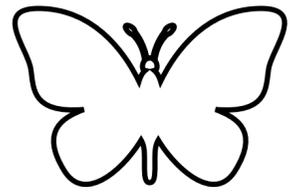
Quader

»Bezeichnetes«

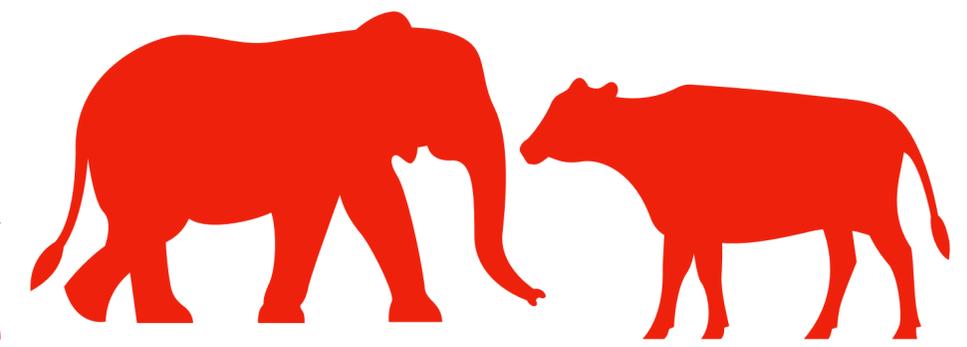
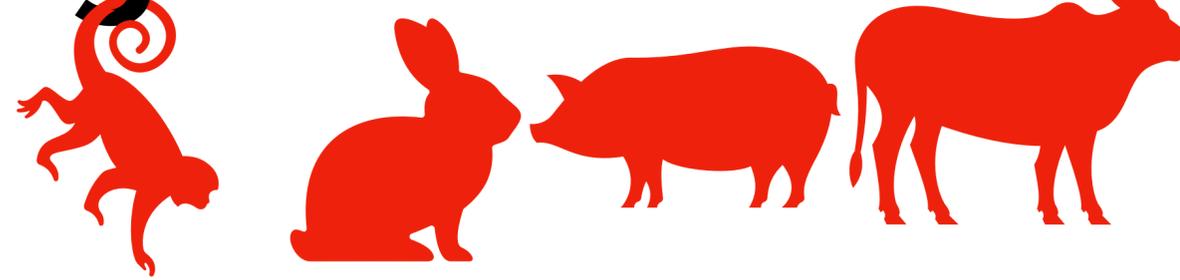
Objekt

»Bezeichner«

Begriffsverständnis

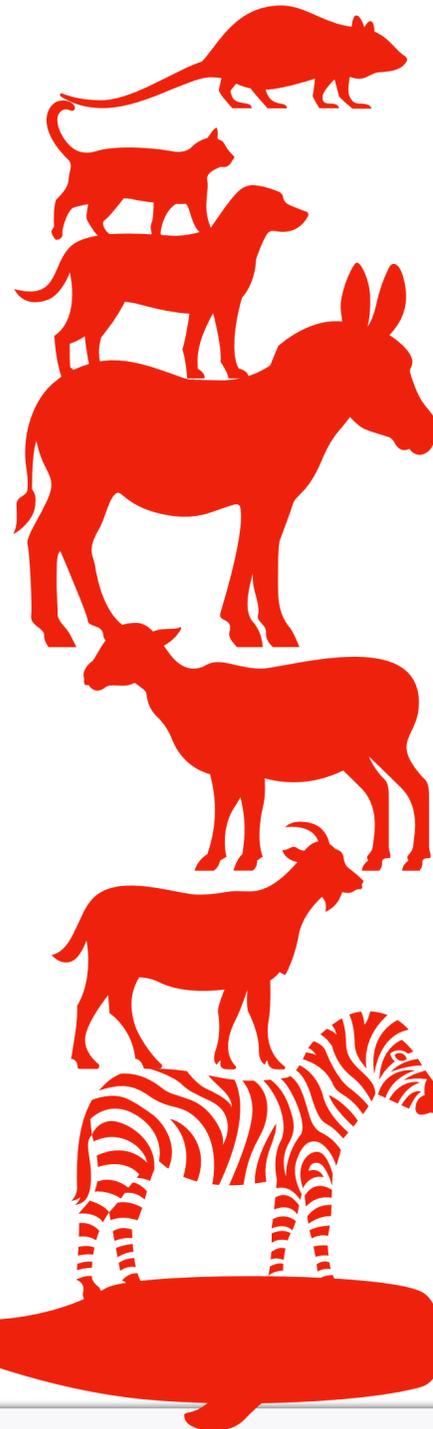


Begriffsverständnis



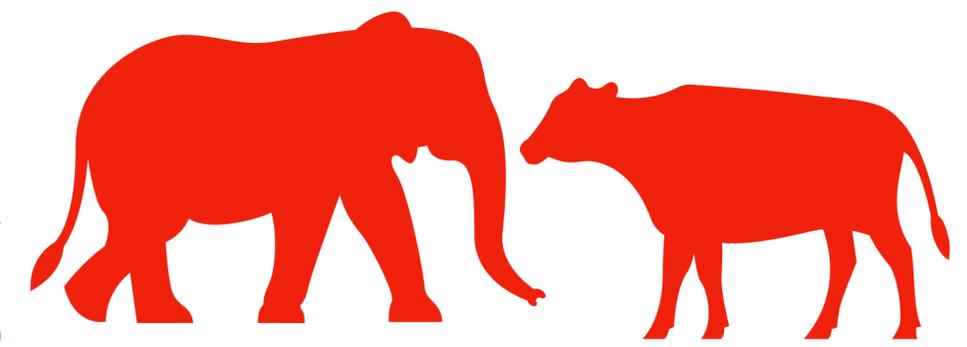
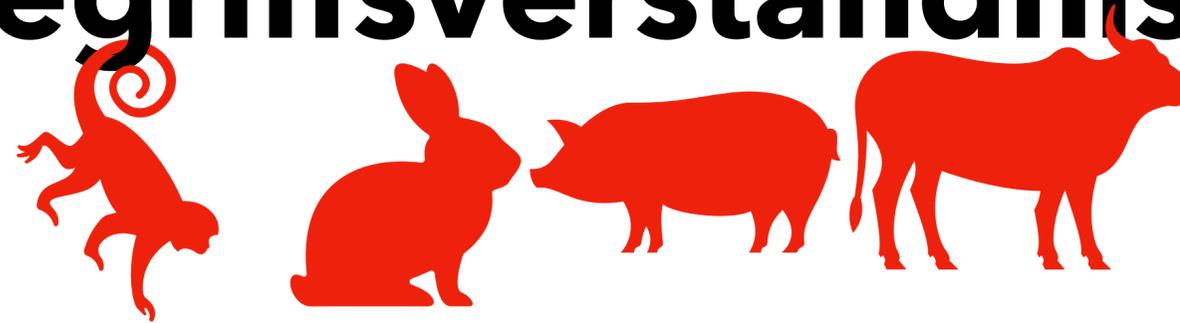
Begriffsinhalt

Kenntnisse, Vorstellungen über sowie Fähigkeiten im Umgang mit Merkmalen oder Eigenschaften eines Begriffs und deren Beziehungen zueinander



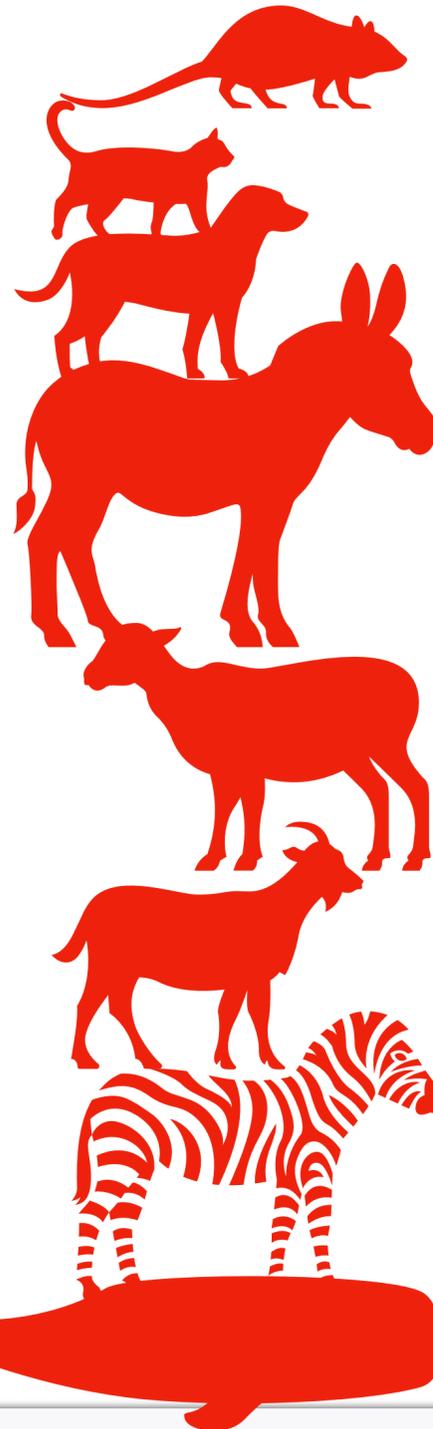
Weigand, 2015, S. 264

Begriffsverständnis



Begriffsumfang

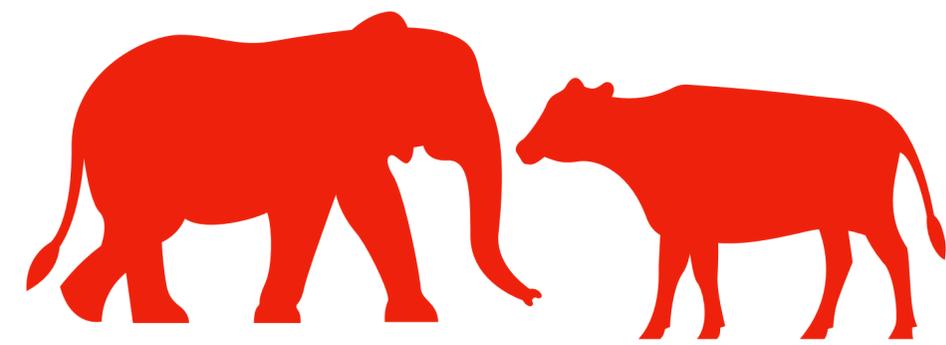
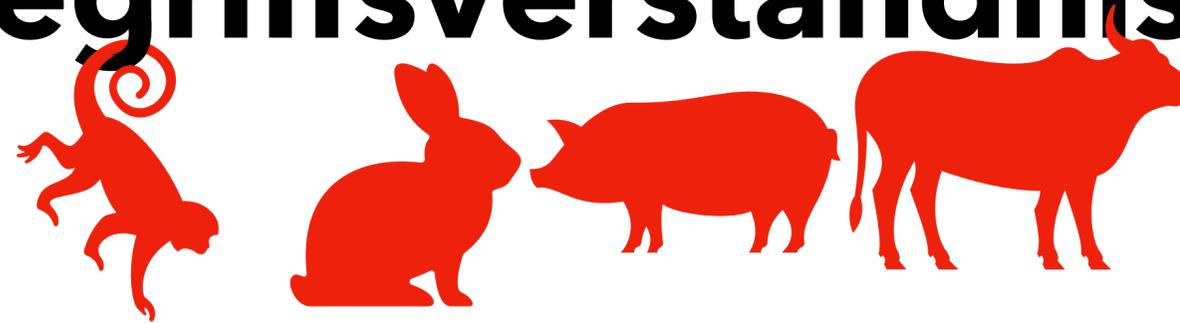
Überblick über die Gesamtheit aller Objekte, die unter einem Begriff zusammengefasst werden



Weigand, 2015, S. 264

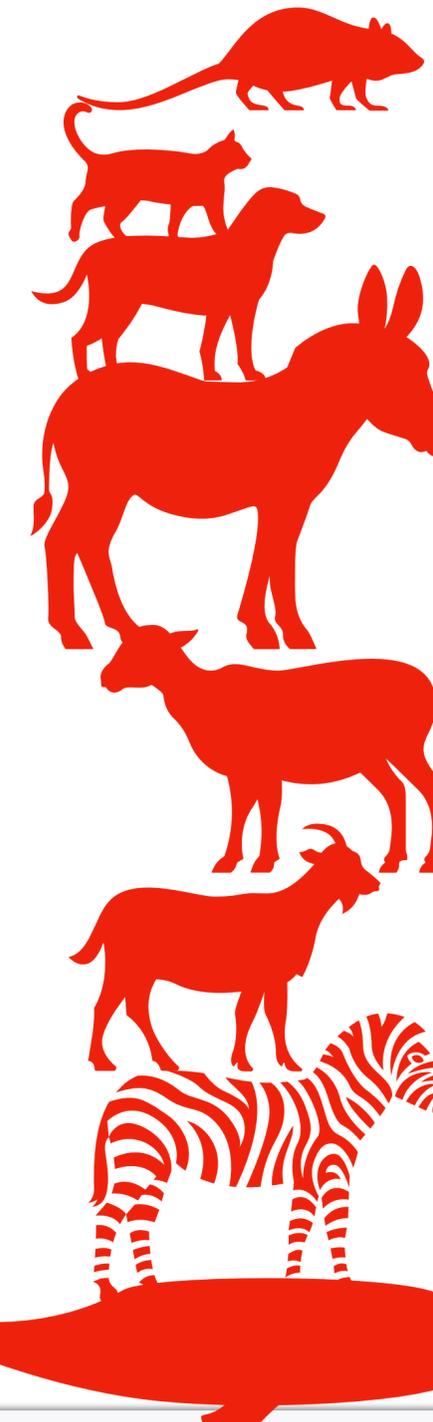


Begriffsverständnis



Begriffsnetz

Beziehungen des Begriffs zu anderen Begriffen



Weigand, 2015, S. 264

Begriffsverständnis

Bezeichner

Name

Bezeichnetes

Idee

Objekt

Begriffsinhalt

Was zeichnet den Begriff aus?

Begriffsumfang

Welche Objekte gehören dazu?

Begriffsnetz

Welche Zusammenhänge bestehen zu anderen Begriffen?

Begriffsverständnis

Didaktische Funktion von Begriffen

Leitbegriff

strukturiert den
kompletten Lehrgang

Schlüsselbegriff

strukturiert die
Unterrichtssequenz

Standardbegriff

steht im Zentrum einzelner
Unterrichtseinheit, dient zum
Aufbau eines Begriffsnetzes

Arbeitsbegriff

dient der Beschreibung
bedeutenderer Begriffe,
verbessert Ausdrucksfähigkeit

Vollrath, o.J., S. 2

Begriffsverständnis

Stufen des Begriffsverständnisses

Vektor

Intuitives Begriffsverständnis (Begriff als Phänomen)

Inhaltliches Begriffsverständnis (Begriff als Träger von Eigenschaften)

Integriertes Begriffsverständnis (Begriff als Teil eines Begriffsnetzes)

Formales Begriffsverständnis (Begriff als formales Objekt)

Strukturelles Begriffsverständnis (Begriff als strukturierbares Objekt)

Lechner, o.J., S. 10

Wege zum Begriff

Beispiele /
Gegenbeispiele

..... ostensiv

———— inductiv —————>

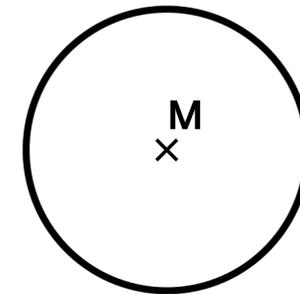
<———— deduktiv —————

Begriffsfest-
legung und
-benennung

Beispiele
/ Gegen-
beispiele

-----ostensiv-----

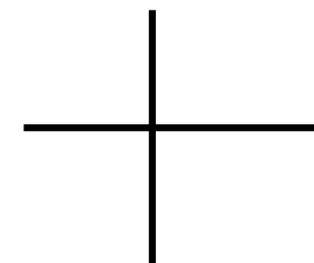
nur Hinweis auf Repräsentanten



Lernen als Erfassen der Gestalt als einprägsames Ganzes

Wahrgenommene Gestalt muss Wesentlichem des Begriffs entsprechen!

Gestalteindruck ist häufig abhängig von Lage.



Begriffs-
fest-
legung
und -be-
nennung

induktiv

von Beispielen zur Definition

Beispiele
/ Gegen-
beispiele

Objekte darbieten
(beobachten, beschreiben, Zweckanalyse)

Entdecken von gemeinsamen Merkmalen
(ungeordnet \leadsto nach Merkmalen sortieren oder
bereits in Teilmengen aufgeteilt)

Begriffsinhalt herausarbeiten

Begriffs-
fest-
legung
und -be-
nennung

deduktiv

von der Definition zu Beispielen



- identifizieren
- realisieren
- begründen



- Ist das ein ...?
- Stelle ein ... her.
- Welche Teile der Definition sind nicht erfüllt?
- Was muss an dem ... verändert werden, damit es ein ... ist?
- Wie prüft man, ob das ein ... ist?
- Warum entsteht ein ..., wenn man das so und so herstellt?

Beispiele
/ Gegen-
beispiele

Begriffs-
fest-
legung
und -be-
nennung

Beispiele
/ Gegen-
beispiele

----- **ostensiv** -----

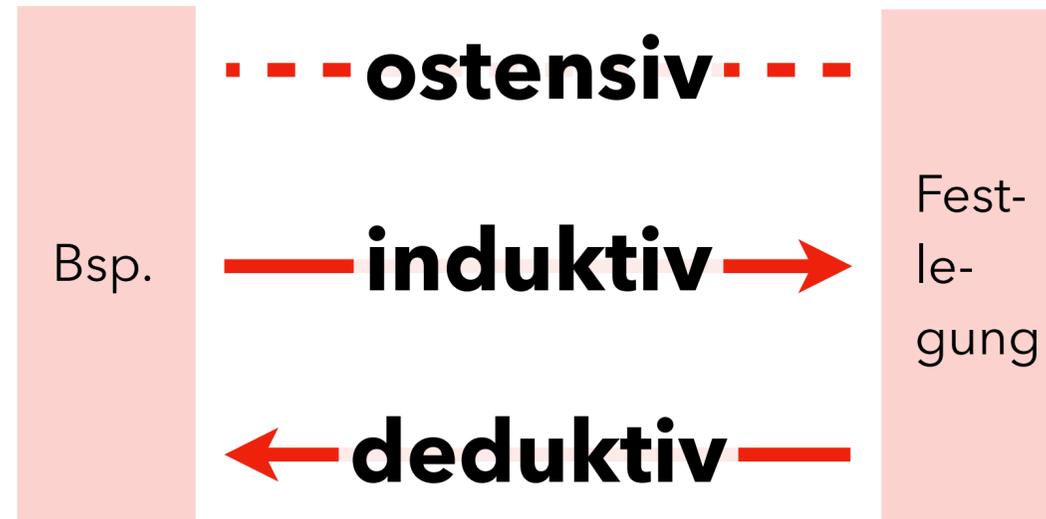
————— **induktiv** —————→

←————— **deduktiv** —————

Begriffs-
fest-
legung
und -be-
nennung

← **nächstes Kapitel**
Aufsteigen vom Abstrakten zum Konkreten →

← **Bonusmaterial im Skript**
Operative Genese in der Geometrie →



Leitbegriff

kompletter
Lehrgang

Schlüsselbegriff

Unterrichtssequenz

Standardbegriff

Unterrichtseinheit

Arbeitsbegriff

verbessert
Ausdrucksfähigkeit

Beispiele und Gegenbeispiele

Es ist stets ein Zusammenspiel aus **Beispielen**, **Gegenbeispielen** und **verbale Erläuterungen** notwendig. (**Und das in allen Altersklassen!**)

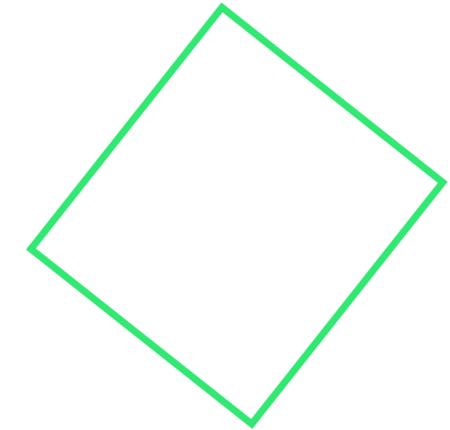
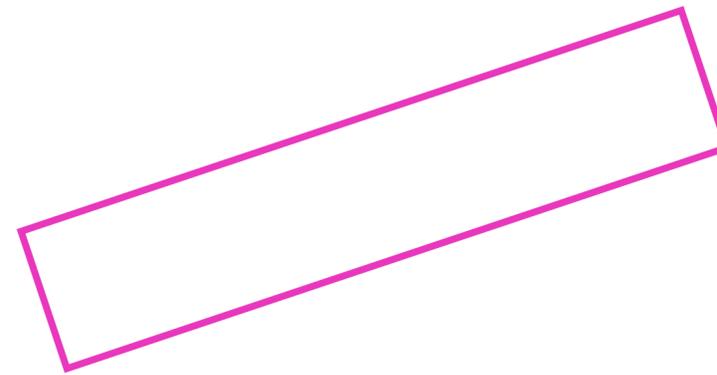
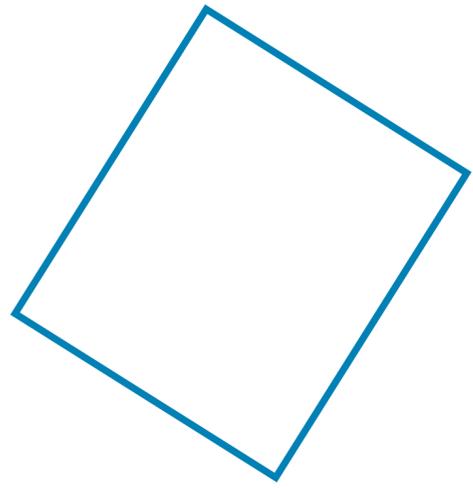
Bei entsprechender Verbalisierung sind weniger Beispiele/Gegenbeispiele nötig.

Zech, 1998, S. 260

Beispiele und Gegenbeispiele

Variationsprinzip

Zech, 1998, S. 261

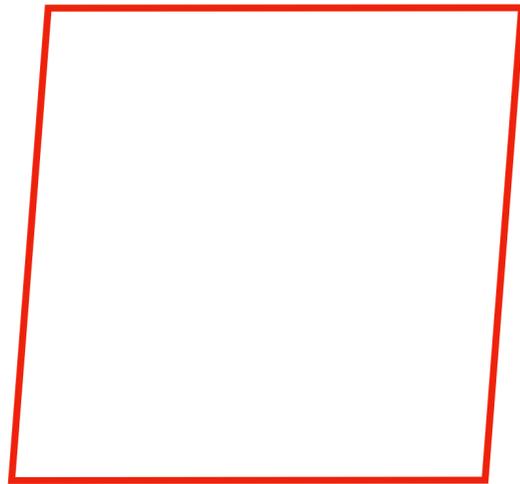


- Beispiele sollten breit variiert werden, es darf nicht zu einer Untergeneralisierung kommen.
- Im Alltag als Gegenbeispiele empfundene Beispiele müssen mit angebracht werden.
- Wichtig erscheinende irrelevante Merkmale mindestens einmal variieren.

Beispiele und Gegenbeispiele

Kontrastprinzip

Zech, 1998, S. 261



CC-BY-SA Coyote III

https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Esstisch_mit_Blumen.JPG
[06.06.2018, 13:44 Uhr]

- Gegenbeispiele dürfen nicht für Beispiele gehalten werden, es darf nicht zu einer Übergeneralisierung kommen.
- Im Alltag als Beispiele empfundene Gegenbeispiele (sogenannte „Fastbeispiele“) müssen diskutiert werden.
- Relevante Merkmale müssen mindestens einmal fehlen.

Beispiele und Gegenbeispiele

Kontrastprinzip



CC-BY-SA Poyraz 72

https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Sugar_cubes_V1.jpg
[06.06.2018, 13:53 Uhr]

© Ritter Sport

https://shop.ritter-sport.de/media/catalog/product/cache/2/image/9df78eab33525d08d6e5fb8d27136e95/r/i/ritter_sport_176g_shokow_rfel_joghurt_produktdetailseite_1.png
[06.06.2018, 13:57 Uhr]



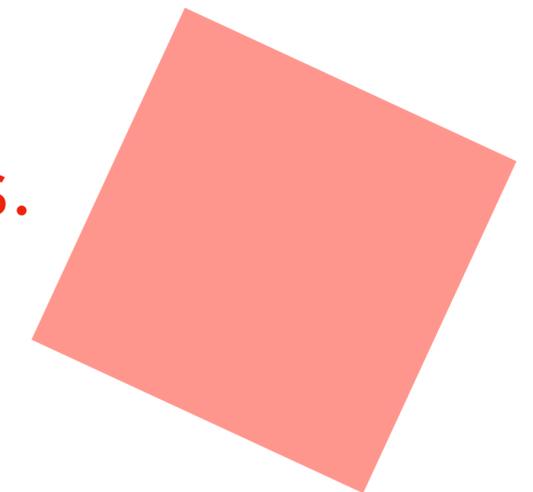
CC-BY-SA

https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Würfel_W20_Schwarz.png
[07.06.2018, 11:41 Uhr]

Beispiele und Gegenbeispiele

Auswahl, Abfolge, Anordnung

- „Beispiele und Gegenbeispiele sind dann am effektivsten, wenn sich die Beispiele möglichst stark in den irrelevanten Merkmalen unterscheiden und die Gegenbeispiele in möglichst wenigen relevanten Merkmalen unterscheiden.“
- von leicht nach schwer bzw. typisch nach untypisch
- simultane Darbietung
 - Gegenüberstellen möglichst unterschiedlicher Beispiele betont Variationsbreite
 - Gegenüberstellung von Beispiel und ähnlichem Gegenbeispiel hebt relevante Merkmale hervor



vs.



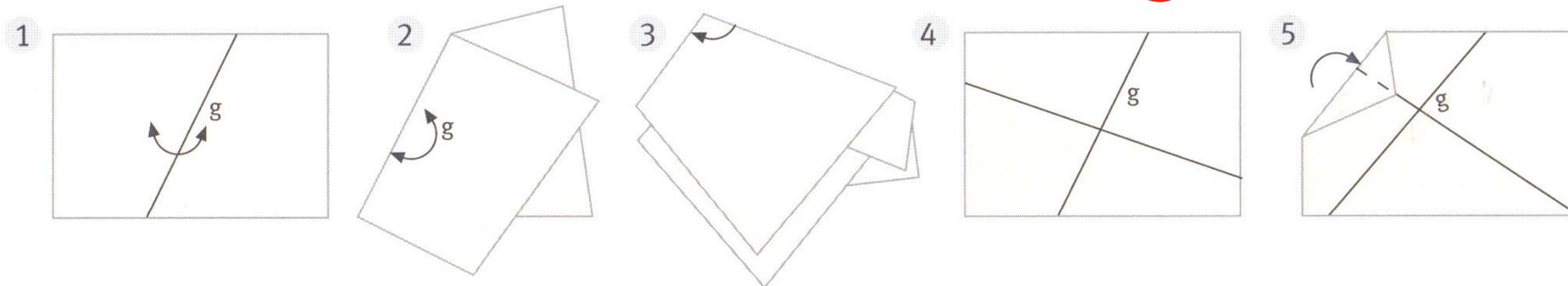
Zech, 1998, S. 261 ff.

Begriffsfestlegung

- Spezifizieren aus Oberbegriff Parallelogramm
- Erklären durch Konstruktionsvorschrift Zentrische Streckung
- Sammeln unter neuem Oberbegriff Reelle Zahlen
- genetische Definition senkrecht zueinander
- rekursive Definition Term
- Umschreibung Menge

Begriffsfestlegung

Anforderungen an eine Definition



1. Faltvorgang (1–4)

Falte ein Blatt. Es entsteht eine Faltlinie g . Danach falte das Blatt so, dass die beiden Teile der Faltlinie g aufeinander liegen. Wie verlaufen die beiden gefalteten Linien?

2. Faltvorgang (5)

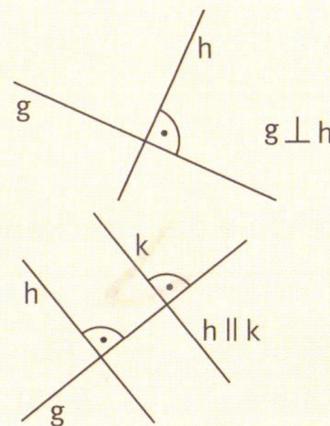
Falte nun das Blatt noch einmal, sodass die beiden Teile der Faltlinie g auf andere Weise aufeinander fallen. Wie verlaufen die Faltlinien zueinander?

MERKWISSEN

Stehen zwei Geraden wie nach dem 1. Faltvorgang zueinander, dann sagt man: Die Geraden stehen **senkrecht aufeinander**. Man schreibt: $g \perp h$.

Man sagt auch: „Die Geraden stehen im rechten Winkel aufeinander.“ Für einen rechten Winkel verwendet man das Zeichen \square .

Zwei Geraden, die eine gemeinsame Senkrechte besitzen, sind **parallel zueinander** (2. Faltvorgang). Man schreibt: $g \parallel h$.



- möglichst einfach verständlich formuliert
- Wesentliche Eigenschaften können wichtiger sein als mathematische Vollständigkeit.
- auf Vorwissen anknüpfen, dieses aber auch voraussetzen
- mehrere Darstellungsebenen aufgreifen und miteinander vernetzen

Kleine, 2011, S. 78

Begriffsbildung

Begriffsverständnis

Bezeichner

Name

Bezeichnetes

Idee

Begriffsinhalt

Was zeichnet den Begriff aus?

Begriffsumfang

Welche Objekte gehören dazu?

Begriffsnetz

Zusammenhänge zu anderen Begriffen

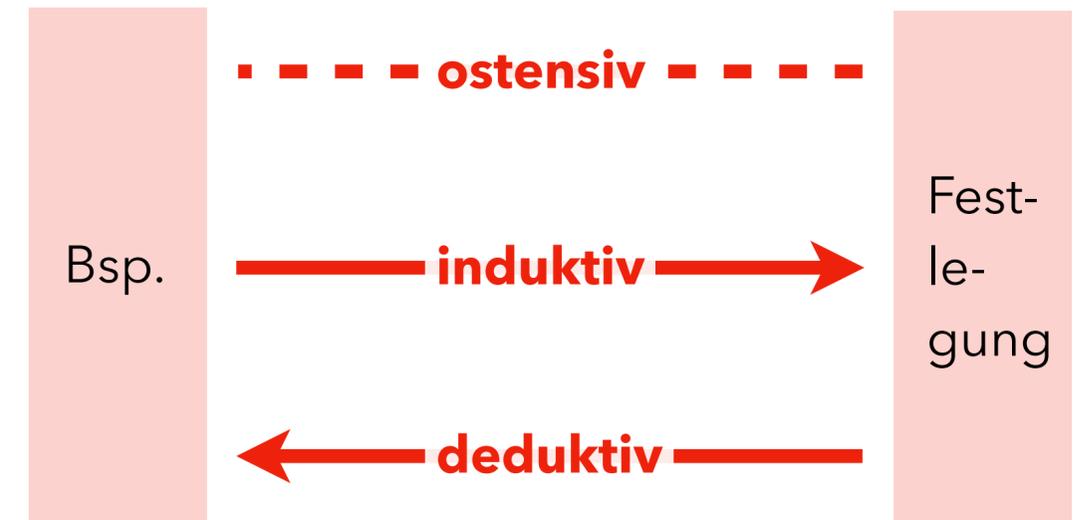
Didaktische Funktion

Leit-, Schlüssel-, Standard-, Arbeitsbegriff

Stufen des Begriffsverständnisses

Leit-, Schlüssel-, Standard-, Arbeitsbegriff

Wege zum Begriff



Beispiele / Gegenbeispiele

Variationsprinzip, Kontrastprinzip, Abfolge

Begriffsfestlegung

Spezifizieren, Erklären, Sammeln, genetisch, rekursiv, Umschreibung

Anforderung an Def.

einfach verständlich, wesentlich, an Vorwissen anknüpfen, Darstellungsebenen vernetzen

Literatur

Kleine, M. (Hrsg.). (2011). *Mathe.Logo. 5, Schülerband* (Sekundarstufe I, 2. Aufl). Buchner.

Lechner, J. (o. J.). *Grundwissen, Grundvorstellungen, Grundtätigkeiten*. Abgerufen 21. November 2021, von <http://www.acdca.ac.at/projekt3/a303grundwissen.pdf>

Vollrath, H.-J. (o. J.). *Mathematische Begriffe lehren und lernen*. Abgerufen 21. November 2021, von https://www.mathematik.uni-wuerzburg.de/fileadmin/10040500/dokumente/Texte_zu_Grundfragen/vollrath_begriffe.pdf

Weigand, H.-G. (2015). Begriffsbildung. In R. Bruder, L. Hefendehl-Hebeker, B. Schmidt-Thieme, & H.-G. Weigand (Hrsg.), *Handbuch der Mathematikdidaktik* (S. 255-278). Springer Spektrum. <https://doi.org/10.1007/978-3-642-35119-8>

Zech, F. (1998). *Grundkurs Mathematikdidaktik* (9. Aufl.). Beltz Verlag.