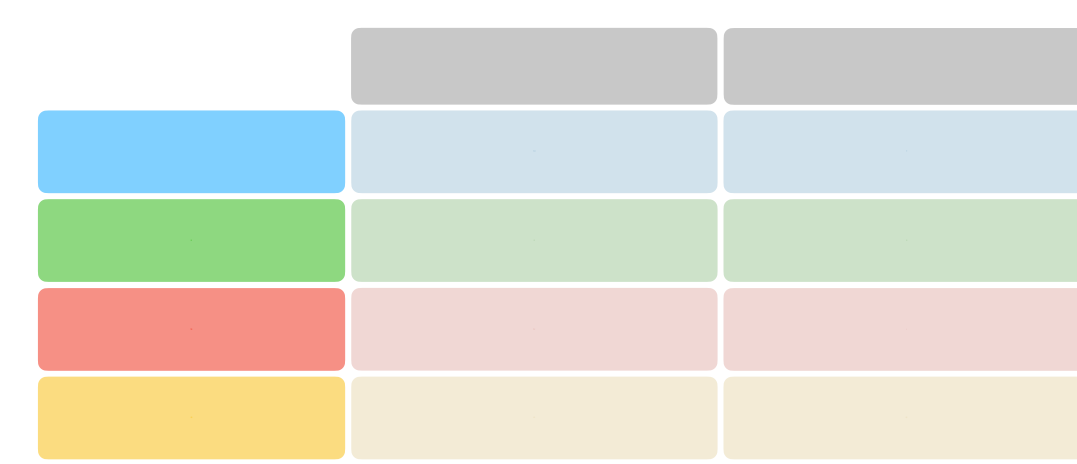


# Stoffdidaktik Mathematik

## Erstes Intermezzo: Flächeninhalt

- Sie vertiefen Ihre Verständnis über den Vier-Ebenen-Ansatz, insbesondere auf der formalen und semantischen Ebene.
- Sie verknüpfen Ihr Wissen über Fundamentale Ideen und Grundvorstellungen am Beispiel des Flächeninhaltsbegriffs.

# Beispiel: Flächeninhalt



## Fundamentale Ideen

Horizontalkriterium

Vertikalkriterium

Zeitkriterium

Sinnkriterium

Denk-, Handlungs-, Beschreibungs- oder Erklärungsschema mit ordnender Funktion für die Auswahl von Stoffelementen

## (normative) Grundvorstellungen

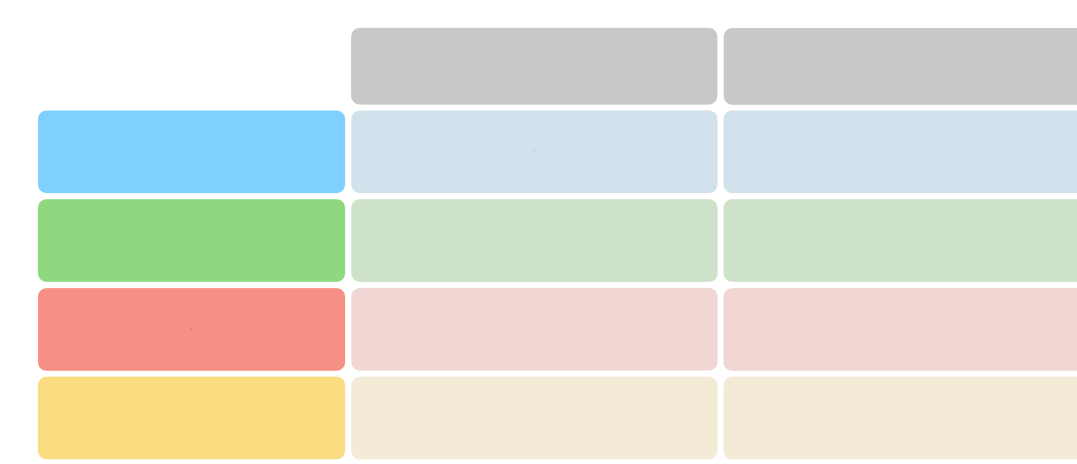
Handlungserfahrungen

Repräsentationen

Anwendung auf Realität

Mentale Modelle zwischen mathematischen Begriffen und individueller Begriffsbildung

# Beispiel: Flächeninhalt



Mathewerkstatt, Klasse 5, Flächeninhalt

Schulbuch

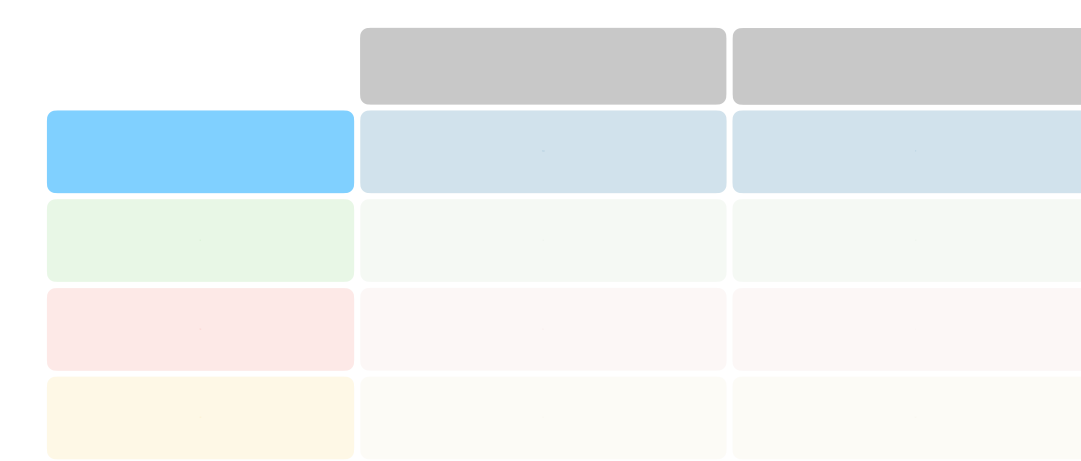
Materialblock

Handreichung

Wir sehen uns die Materialien an und reflektieren das Vorgehen mithilfe einer stoffdidaktischen Analyse zum Flächeninhaltsbegriff.

Barzel et al., 2012a/b/c

# Beispiel: Flächeninhalt



Der Flächeninhalt einer Figur ist ein **nichtnegatives Maß**, wobei zwei **zueinander kongruenten Figuren dasselbe Maß** zugeordnet wird und der Flächeninhalt einer Figur gleich der **Summe der Flächeninhalte ihrer Teilfiguren** ist. Hinzu wird das Flächeninhaltsmaß eines Quadrates der Seitenlänge 1 LE auf  $1 \text{ LE}^2$  festgelegt.

**Flächeninhalt**  
mithilfe einer Zahl  
objektivieren

**Flächenvergleich**  
ohne explizites Maß  
möglich

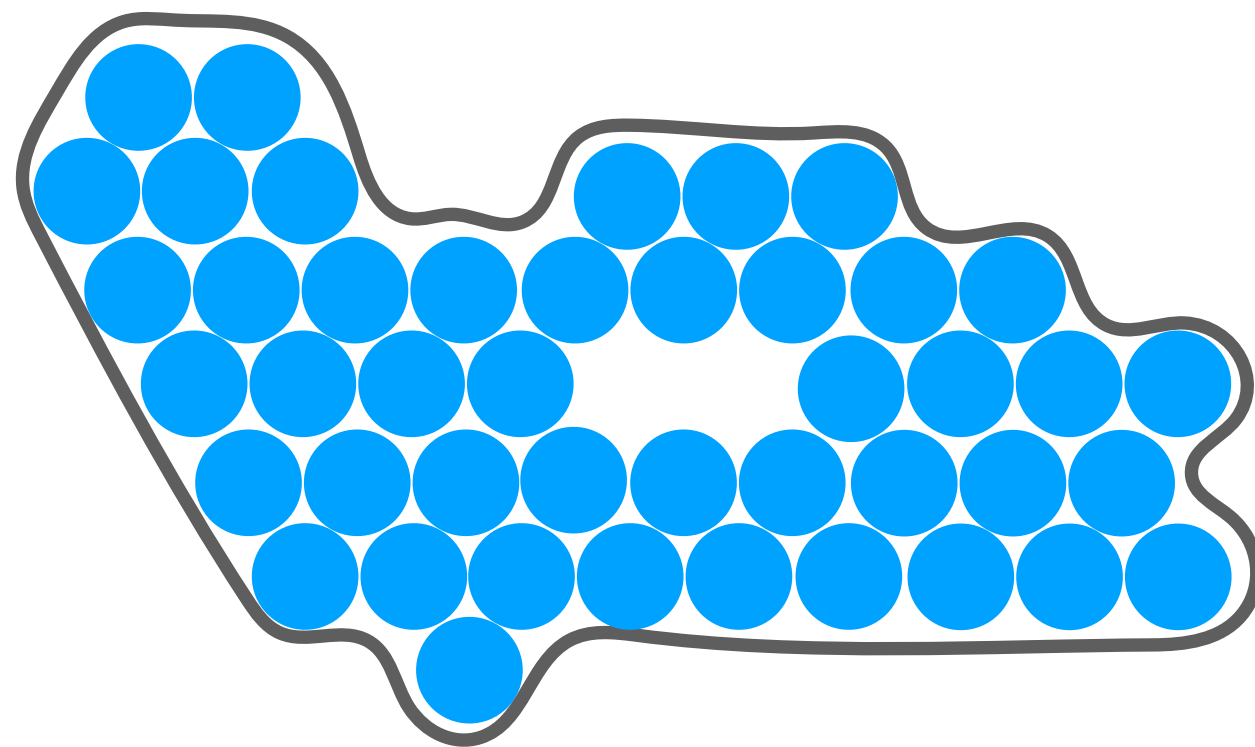
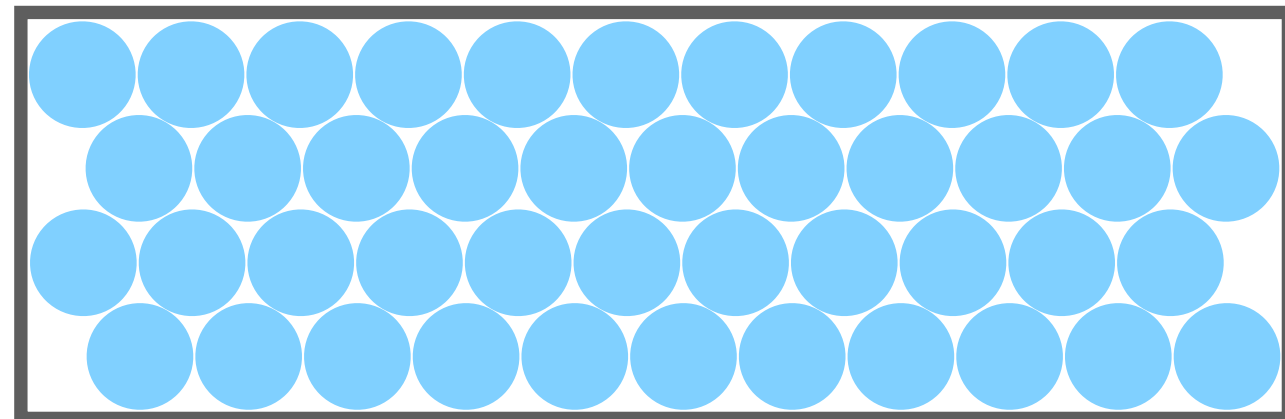
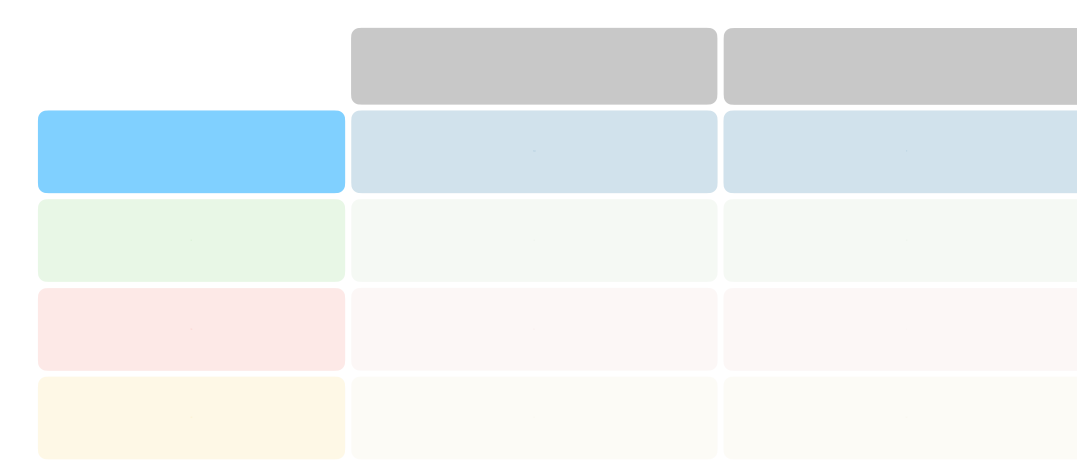
»**Willkürlichkeit**« des  
**Vergleichsmaßes**

- Vergleichen verschiedener Flächen durch Zerlegen, Ergänzen und Übereinanderlegen
- Bestimmen des Maßes einer Fläche über Auszählen mittels eines (allg.) Vergleichsmaßes
- Nutzen eines quadratischen Vergleichsmaßes, in der Regel  $1 \text{ cm}^2$

vgl. Kuntze, 2018, S. 161

vgl. Wörner, 2014, S. 1328 f.

# Beispiel: Flächeninhalt



vgl. Kuntze, 2018, S. 161

- Vergleichen verschiedener Flächen durch Zerlegen, Ergänzen und Übereinanderlegen
- Bestimmen des Maßes einer Fläche über Auszählen mittels eines (allg.) Vergleichsmaßes
- Nutzen eines quadratischen Vergleichsmaßes, in der Regel  $1 \text{ cm}^2$

vgl. Wörner, 2014, S. 1328 f.

# Beispiel: Flächeninhalt

## Fundamentale Idee »Messen«

Horizontalkriterium    Vertikalkriterium    Zeitkriterium    Sinnkriterium

Geometrie  
(Flächeninhalt)

Arithmetik  
(Brüche)

Stochastik  
(Erwartungswert)

Analysis  
(Integral)

Physik  
(Größen)

Sozialwissenschaften  
(quant. Forschung)

Medizin  
(Pulsschlag)

Ableitung, Integral

Flächenverwandlungen/Approximation

Längen/Flächen/Volumina

Abzählen

Pythagoras  
»Alles ist Zahl!«

Triangulation  
»Vermessung der Welt«

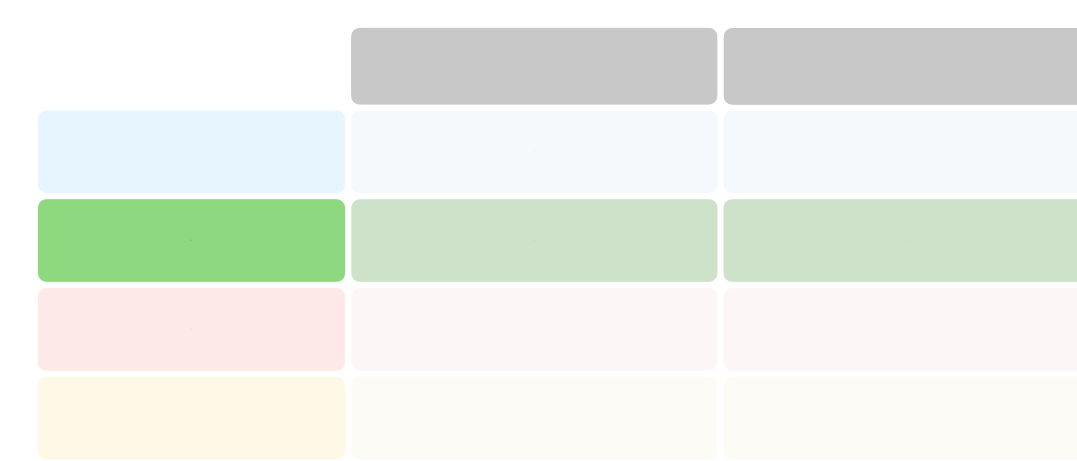
Vereinheitlichung von  
Maßeinheiten

»Quadratur des  
Kreises«

Vohns, 2000

# Beispiel: Flächeninhalt

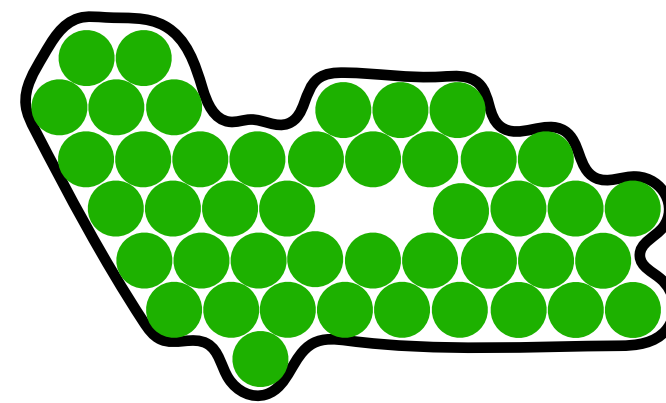
## Grundvorstellungen



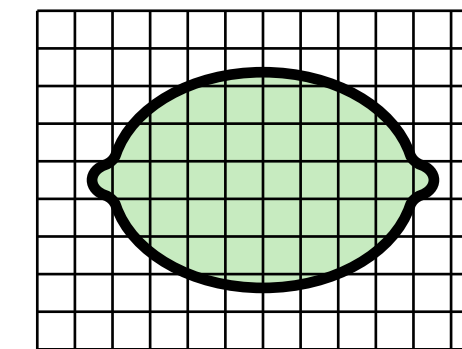
### Maßzahlaspekt

Flächeninhalt einer Figur als nichtnegative Maßzahl, die mittels normierter Flächeninhaltsmaße bestimmt wird

Handlungserfahrungen



Repräsentationen

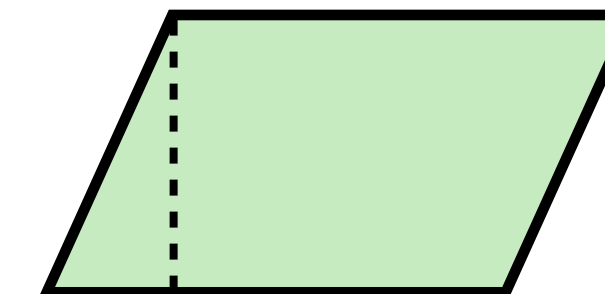


Anwendung auf Realität

Bestimmen der Größe eines Fußballfeldes

### Vereinigungsaspekt

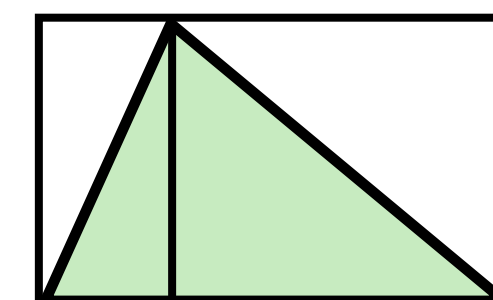
Flächeninhalt einer Figur als Summe der Flächeninhalte der Teilfiguren, aus denen sich die Figur zusammensetzen lässt



Bestimmen der Größe eines Landes

### Kongruenzaspekt

Flächeninhalt einer Figur als invariante Eigenschaft bei Kongruenzabbildungen

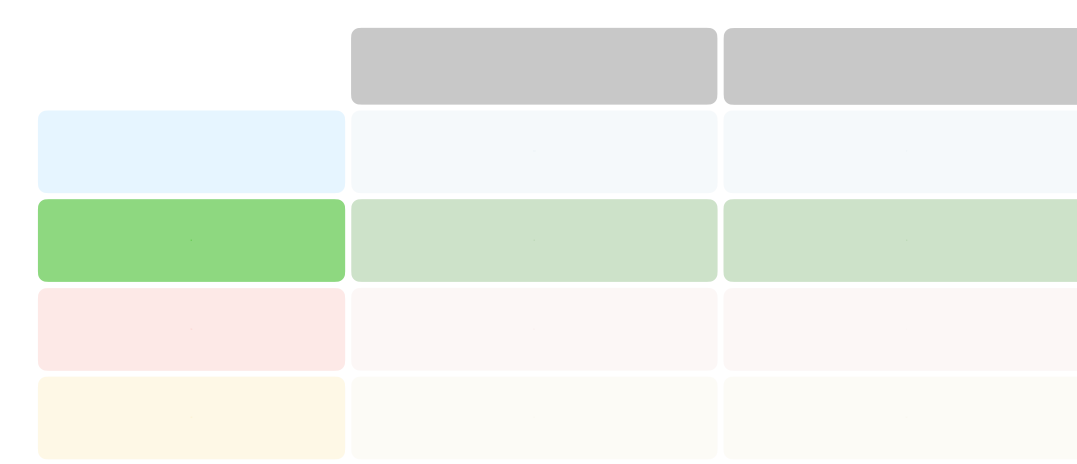


Bestimmen des Oberflächeninhalts eines Prismas

angelehnt an Wörner, 2014

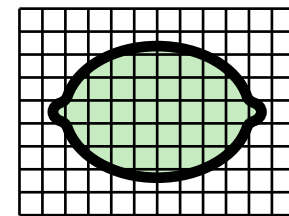
# Beispiel: Flächeninhalt

## Grundvorstellungen



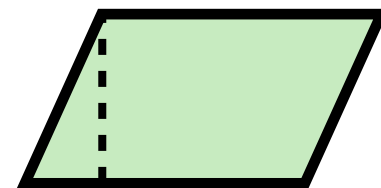
### Maßzahlaspekt

Flächeninhalt einer Figur als nichtnegative Maßzahl, die mittels normierter Flächeninhaltsmaße bestimmt wird



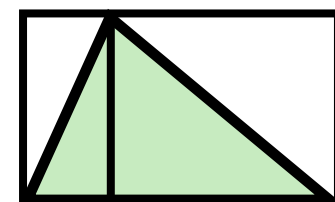
### Vereinigungsaspekt

Flächeninhalt einer Figur als Summe der Flächeninhalte der Teilfiguren, aus denen sich die Figur zusammensetzen lässt

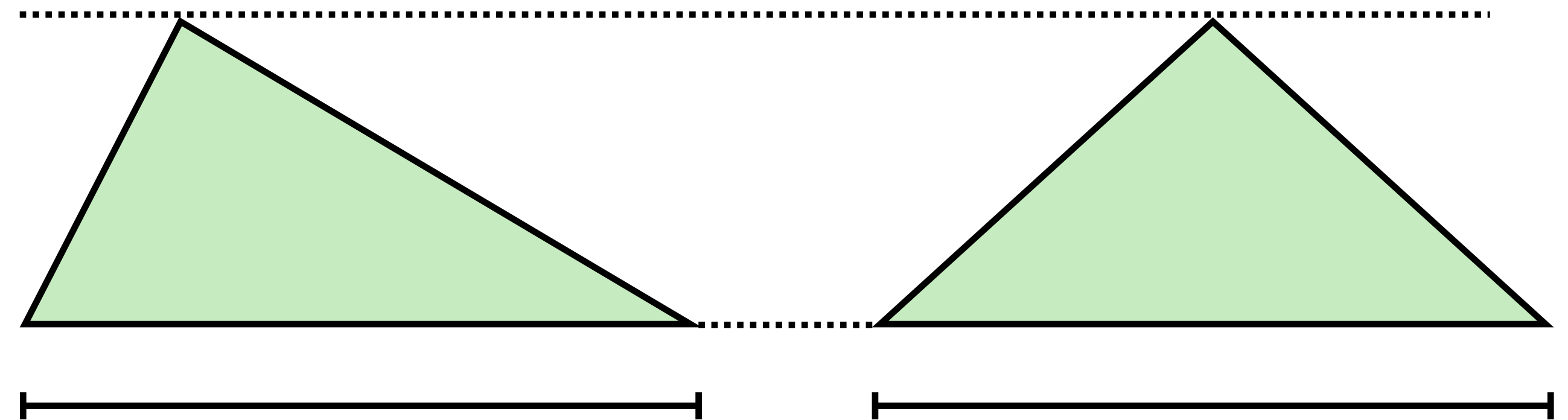


### Kongruenzaspekt

Flächeninhalt einer Figur als invariante Eigenschaft bei Kongruenzabbildungen

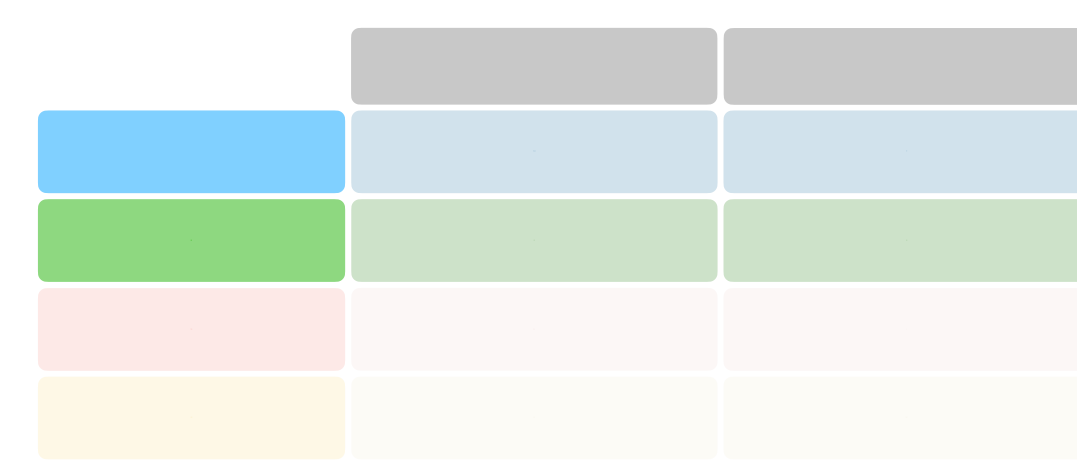


angelehnt an Wörner, 2014



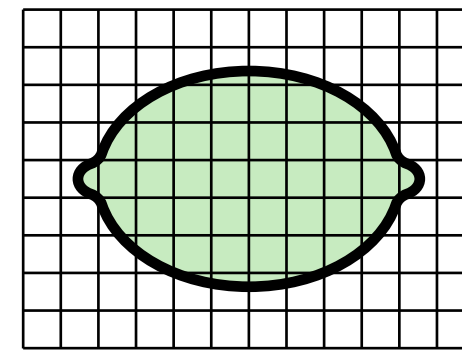


# Beispiel: Flächeninhalt

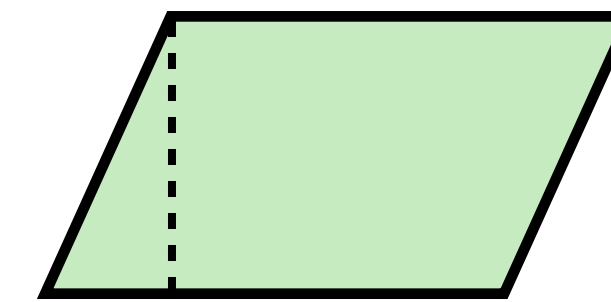


Der Flächeninhalt einer Figur ist ein **nichtnegatives Maß**, wobei zwei **zueinander kongruenten Figuren dasselbe Maß** zugeordnet wird und der Flächeninhalt einer Figur gleich der **Summe der Flächeninhalte ihrer Teilfiguren** ist. Hinzu wird das Flächeninhaltsmaß eines Quadrates der Seitenlänge 1 LE auf  $1 \text{ LE}^2$  festgelegt.

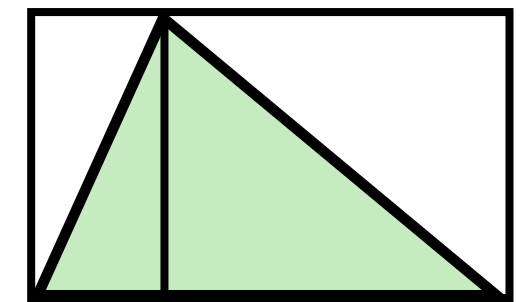
Maßzahlaspekt



Vereinigungsaspekt



Kongruenzaspekt



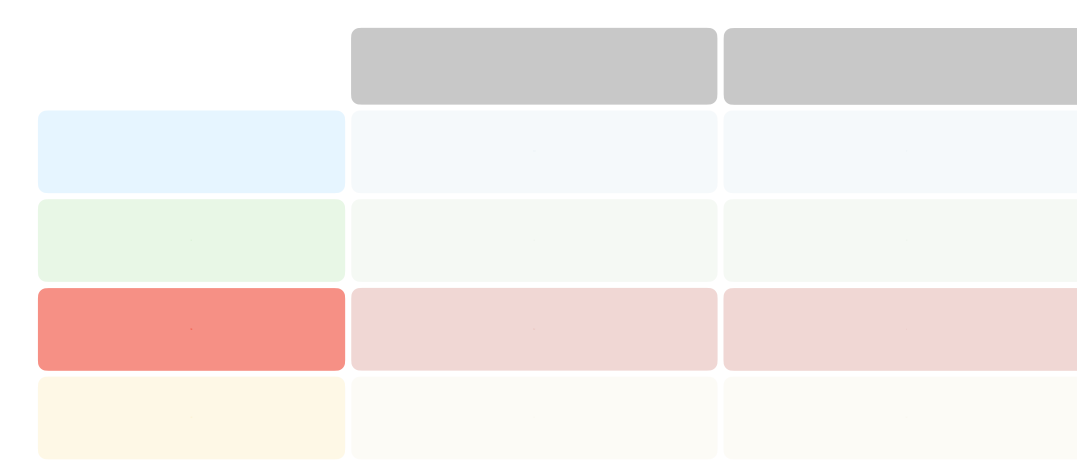
Inwieweit werden im Schulbuch die Grundvorstellungen zum Flächeninhaltsbegriff angesprochen?

Welcher Lernpfad wird verfolgt und wie kann dieser begründet werden?

vgl. Kuntze, 2018, S. 161

# Beispiel: Flächeninhalt

## Kontexte - Kernideen - Kernfragen



### Kontext

Zoogehege

### Kernfrage A

Wie kann man die Größe von Flächen vergleichen?

Kernideen

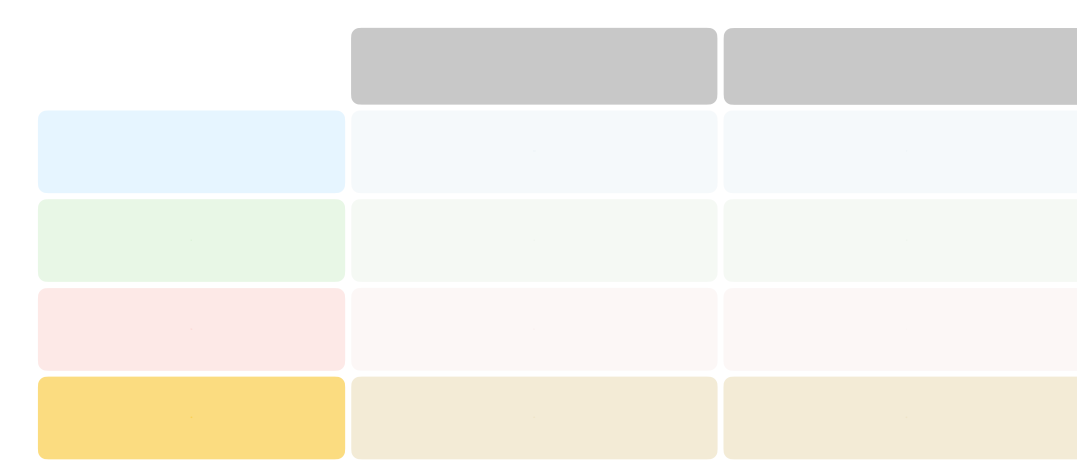
vgl. Grundvorstellungen

### Kernfrage B

Wie kann man die Größe von Flächen geschickt bestimmen?

Kernideen

Zählen von Kästchenreihen, multiplikativer Gedanke



# Beispiel: Flächeninhalt

## Typische Schwierigkeiten

### Flächeninhalt - Umfang - Volumen

Verwechslung zwischen Längenmaßen, Flächeninhalten und Volumina

**mögliche Ursache:** zu frühzeitige kalkülhafte Behandlung von Formeln

**möglicher Ausweg:** explizites Herstellen der Zusammenhänge, z. B. zwischen Umfang und Flächeninhalt

### Fläche - Flächeninhalt

Verwechslung von Fläche (als Figur) und Flächeninhalt (als ihr Maß)

**mögliche Ursache:** Wortverwandtschaft und unsaubere Verwendung der Begriffe

**möglicher Ausweg:** strikte sprachliche Trennung und Bewusstmachen des Unterschieds

# Literatur

- Barzel, B., Hußmann, S., Leuders, T., & Prediger, S. (Hrsg.). (2012a). Mathewerkstatt. 5, Handreichungen [DVD]. Cornelsen.
- Barzel, B., Hußmann, S., Leuders, T., & Prediger, S. (Hrsg.). (2012b). Mathewerkstatt. 5, Materialblock (Mittlerer Schulabschluss, allgemeine Ausg., 1. Aufl). Cornelsen.
- Barzel, B., Hußmann, S., Leuders, T., & Prediger, S. (Hrsg.). (2012c). Mathewerkstatt. 5, Schulbuch (Mittlerer Schulabschluss, allgemeine Ausg., 1. Aufl). Cornelsen.
- Kuntze, S. (2018). Flächeninhalt und Volumen. In Didaktik der Geometrie für die Sekundarstufe I (S. 149-177). Springer Berlin Heidelberg. [https://doi.org/10.1007/978-3-662-56217-8\\_7](https://doi.org/10.1007/978-3-662-56217-8_7)
- Vohns, A. (2000). Das Messen als fundamentale Idee [1. Staatsexamensarbeit, Universität-Gesamthochschule Siegen]. <https://wwwu.aau.at/avohns/pdf/messen.pdf>
- Wörner, D. (2014). Grundvorstellungen zum Flächeninhaltsbegriff ausbilden – eine exemplarische Studie. In Beiträge zum Mathematikunterricht 2014, 48. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik vom 10.03.2014 bis 14.03.2014 in Koblenz (S. 1327-1330). <https://doi.org/10.17877/DE290R-1049>